

Перелік задач з електродинаміки

Електростатика

1. Знайдіть електричне поле безмежної плити товщиною a , яка рівномірно заряджена по об'єму з густиною ρ .
2. Знайдіть електричне поле кулі радіуса R , заряд у якій розподілений за законом $\rho(r)$, де r — відстань від центра кулі. Проаналізуйте випадки $\rho(r) = \rho_0 = \text{const}$ та $\rho(r) = \rho_0(r/R)^n$.
3. Рівномірно заряджене коло радіуса a має заряд q . Визначте напруженість електричного поля на осі кола.
4. Круглий диск радіуса a рівномірно заряджений з поверхневою густиною σ . Визначте, в якій точці на осі диска напруженість електричного поля дорівнює $\pi\sigma$.
5. Простір між двома концентричними сферами з радіусами R_1 і R_2 , $R_1 < R_2$, заряджений з об'ємною густиною $\rho = \rho_0/r^2$. Визначте потенціал і напруженість електричного поля.
6. Безмежний круговий циліндр радіуса R заряджений з об'ємною густиною $\rho = \rho_0 e^{-\alpha r}$. Визначте потенціал і напруженість електричного поля.
7. Заряд q рівномірно розподілений по об'єму фігури, яка обмежена двома неконцентричними сферами з радіусами R і r , $R > r$; менша сфера повністю міститься всередині більшої. Відстань між центрами a . Знайдіть напруженість поля всередині меншої сфери.
8. Заряд q рівномірно розподілений по об'єму фігури, яка обмежена двома сферами з радіусами R і r , $R > r$; менша сфера повністю міститься всередині більшої. Відстань між центрами a . Знайдіть напруженість поля поза фігурою.
9. Знайдіть потенціал і напруженість електричного поля рівномірно зарядженого прямолінійного відрізка, що займає на осі z відрізок $[-a; a]$. Повний заряд відрізка q .

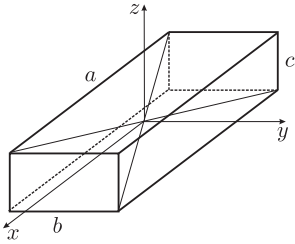
Магнітостатика

10. По кільцю радіуса R протікає струм I . Знайдіть величину магнітного поля на осі кільця.
11. Знайдіть магнітне поле, створене протіканням струму I по безмежно довгому тонкому провіднику.
12. Лінійний провідник має форму прямокутника зі сторонами $2a$ і $2b$, по якому протікає струм I . Обчисліть напруженість магнітного поля на осі, що проходить через центр прямокутника перпендикулярно до його площини.
13. Струм I протікає по дузі кола радіуса a з центральним кутом α . Обчисліть напруженість магнітного поля в центрі кола.
14. Лінійний контур зі струмом I складається із двох паралельних напівбезмежних прямих, з'єднаних між собою півколом радіуса a . Обчисліть напруженість магнітного поля в центрі цього півкола.
15. Визначте напруженість магнітного поля, яке створене постійним струмом I , що протікає по безмежному циліндричному провіднику радіуса a .
16. Всередині тонкої провідної циліндричної оболонки радіуса b знаходиться коаксіальний з нею провід радіуса a . По цих провідниках протікають постійні струми однакової величини I у протилежних напрямках. Визначте магнітне поле такої системи в усіх точках простору.

Мультипольні розклади

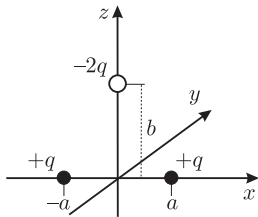
17. Знайдіть електричний дипольний момент \mathbf{d} і квадрупольний момент Q_{jk} тривісного еліпсоїда з півосями a, b, c . Густина заряду $\rho = \text{const}$.
18. Знайдіть електричне поле на великій відстані від системи зарядів, які розміщені у вершинах квадрата зі стороною a . Однойменні заряди величиною $\pm q$ знаходяться на протилежних вершинах.
19. Знайдіть електричний дипольний момент \mathbf{d} і компоненту Q_{zz} квадрупольного моменту кулі радіусом R , якщо густина заряду $\rho(z) = \rho_0(1 + z/R)$, $\rho_0 = \text{const}$. Центр кулі збігається з початком координат.

20.



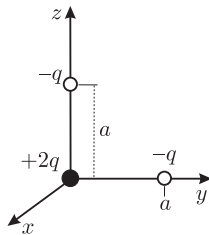
Знайдіть квадрупольний момент прямокутного паралелепіпеда зі сторонами a, b, c , рівномірно зарядженого з густиною $\rho = \text{const}$. Центр паралелепіпеда збігається з початком координат (див. рис).

21.



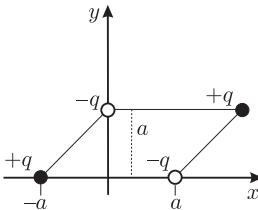
Знайдіть дипольний і квадрупольний моменти системи зарядів величинами $+q, +q, -2q$, розміщених у вершинах рівнобедреного трикутника (див. рис).

22.



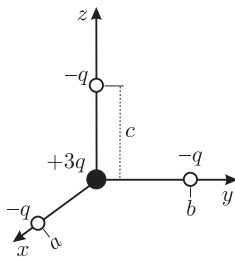
Знайдіть дипольний і квадрупольний моменти системи зарядів величинами $+q, +q, -2q$, розміщених у вершинах рівнобедреного прямокутного трикутника з катетом a (див. рис).

23.



Знайдіть дипольний і квадрупольний моменти системи чотирьох зарядів величинами $\pm q$, які розміщені у вершинах паралелограма (див. рис).

24.



Знайдіть дипольний і квадрупольний моменти системи чотирьох зарядів величинами $-q, -q, -q, +3q$, які розміщені у вершинах трикутної піраміди (див. рис).

Теорія випромінювання

25. Електрон масою m і зарядом e пролітає на великій віддалі a від нерухомого ядра з зарядом $Z|e|$. У безмежно віддалений момент часу $t = -\infty$ абсолютне значення швидкості електрона було v_0 . Нехтуючи викривленням траєкторії, знайдіть енергію \mathcal{E} , яку електрон втрачає за рахунок дипольного випромінювання за час польоту.
26. У класичній моделі атома, запропонованій Резерфордом, електрон масою m і зарядом e обертається по коловій орбіті навколо нерухомого ядра з зарядом $Z|e|$. Знайдіть час T , через який електрон впаде на ядро внаслідок втрати енергії на дипольне випромінювання. У початковий момент часу t_0 електрон знаходився на відстані R від ядра. Обчисліть значення T для випадку атома водню.
27. Найпростіша рамкова антена — це прямокутна рамка зі сторонами a і b по якій тече лінійний струм силою $J = J_0 \cos \omega t$. Визначте середню за період коливань $T = 2\pi/\omega$ інтенсивність дипольного випромінювання.
28. Покажіть, що магнітно-дипольне випромінювання відсутнє в системі, яка складається із двох заряджених частинок, що рухаються з нерелятивістськими швидкостями.
29. Точковий заряд обертається рівномірно по колу радіуса a з кутовою швидкістю $\omega \ll c/a$. Визначте поля випромінювання \mathbf{E} , \mathbf{B} та інтенсивність випромінювання, створеного ним у вакуумі.

Релятивістська теорія

30. Вивести закон перетворення для тривимірного вектора прискорення при переході від однієї системи відліку до іншої.
31. Ракета рухається прямолінійно з постійним прискоренням w_0 у власній системі відліку. Скільки часу (за “земним годинником”) триватиме розгін ракети до швидкості $v = 0.8c$?
32. Узагальніть формули перетворення Лоренца для довільної орієнтації осей координат обох систем відліку відносно напрямку їхнього руху.
33. Запишіть перетворення Лоренца для антисиметричного тензора другого рангу.
34. Два однакових стрижні довжиною l_0 (у власній системі відліку) розміщені на одній прямій і рухаються рівномірно і прямолінійно назустріч один одному з однаковими швидкостями v (відносно лабораторної системи відліку). Яка довжина одного зі стрижнів у системі відліку, пов'язаній з іншим?
35. Вважаючи, що при малих швидкостях $p^2 \ll (mc)^2$, де p — імпульс частинки, знайдіть наближену залежність енергії частинки від її імпульсу з точністю до $(\frac{p^2}{m^2 c^2})^2$.
36. Монохроматичне світло частоти ω_0 падає нормально на поверхню плоского дзеркала, яке рухається рівномірно зі швидкістю \mathbf{v} в напрямку поширення світла. Знайдіть частоту відбитого світла.
37. Чи можливо, вибираючи відповідним чином систему відліку, замість електромагнітного поля отримати тільки електричне (або тільки магнітне) поле?
38. В системі відліку K електричне та магнітне поля взаємно перпендикулярні: $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$. З якою швидкістю відносно системи K має рухатися система K' , щоб в останній було лише електричне або лише магнітне поле?
39. Враховуючи властивості тензора $F^{\mu\nu}$, отримайте закон перетворення для \mathbf{E} , \mathbf{B} при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої.
40. Обчисліть потенціали електромагнітного поля, який створюється у вакуумі точковим зарядом e , що рухається рівномірно і прямолінійно зі швидкістю \mathbf{v} .

Електродинаміка середовища

41. Безмежна прямолінійна нитка рівномірно заряджена з лінійною густиною λ й оточена однорідним діелектриком з проникністю ε_1 , який має форму циліндра з радіусом R . Простір зовні циліндра заповнений безмежним однорідним діелектриком із провідністю ε_2 . Знайдіть напруженість поля \mathbf{E} , яке створює нитка, а також вектор поляризації \mathbf{P} .
42. Поверхня безмежно довгого круглого циліндра з радіусом R рівномірно заряджена з поверхневою густиною σ . Циліндр перебуває в неоднорідному діелектричному середовищі з проникністю $\varepsilon = \varepsilon(r)$, де r — відстань до осі циліндра. Знайдіть електричне поле \mathbf{E} і вектор поляризації \mathbf{P} .
43. Однорідна діелектрична куля радіуса a рівномірно заряджена по об'єму (густина заряду $\rho = \text{const}$), повний заряд кулі q , її діелектрична проникність ε_1 , діелектрична проникність середовища ε . Обчисліть вектори \mathbf{D} , \mathbf{E} , густини розподілу зв'язаних зарядів на поверхні (σ') і всередині (ρ') кулі.
44. Точковий заряд q розміщений на плоскій границі розділу двох однорідних безмежних діелектриків з проникностями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. Знайдіть потенціал електричного поля φ та вектори \mathbf{D} , \mathbf{E} .
45. Плоский конденсатор заповнений діелектриком, проникність якого змінюється як $\varepsilon = \varepsilon_1(1 + x/a)$, де a — відстань між обкладками з площами S , а вісь x перпендикулярна до них. Нехтуючи крайовими ефектами, знайдіть ємність конденсатора та розподіл індукованих зарядів.
46. Провідна куля радіусом a оточена концентричним шаром діелектрика. Зовнішній радіус шару b , діелектрична проникність діелектрика ε . Розрахуйте ємність кулі C .
47. Всередині сферичного конденсатора з радіусами обкладок a і b діелектрична проникність змінюється за законом
- $$\varepsilon(r) = \begin{cases} \varepsilon_1 = \text{const} & a \leq r < c, \\ \varepsilon_2 = \text{const} & c \leq r < b, \end{cases}$$
- де $a < c < b$.
Знайдіть ємність конденсатора, розподіл зв'язаних (індукованих) зарядів.
48. Знайти ємність сферичного конденсатора, заповненого наполовину однорідним діелектриком з проникністю ε_1 , а наполовину — однорідним діелектриком з проникністю ε_2 . Границя розділу між ними — площина, що проходить через центр обкладок. Радіуси обкладок a та b .
49. Знайти ємність циліндричного конденсатора. Його довжина l , радіуси обкладок R_1 та R_2 . Простір між обкладками конденсатора заповнений двома коаксіальними шарами однорідних діелектриків з проникностями ε_1 та ε_2 . Границя між діелектриками — циліндрична поверхня радіуса R_0 . Крайовими ефектами знехтувати.
50. Знайдіть ємність плоского конденсатора. Площа поверхні обкладок S , а між ним два плоскопаралельних шари однорідних діелектриків. Товщина першого шару — d_1 , діелектрична проникність ε_1 , другого — відповідно d_2 і ε_2 . Крайовими ефектами знехтувати.