8.3 Поле рівномірно рухомого заряду

Електричне поле рівномірно рухомого заряду ($\mathbf{a} = 0$) буде містити лише доданок

$$\mathbf{E}_0 = \frac{e}{s^3}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\left(\mathbf{R} - \frac{R}{c}\mathbf{v}\right) \tag{8.26}$$

Нехай проміжок часу між моментом випромінювання τ і моментом спостереження t дорівнює $\Delta\tau = t - \tau$:

$$\Delta\tau = \frac{R}{c}. \tag{8.27}$$

Відстань, яку заряд проходить за цей час, дорівнює

$$\ell = v\Delta t = v\frac{R}{c}. \tag{8.28}$$

Вводячи відповідний вектор, із простих векторних співвідношень маємо:

$$\boldsymbol{\ell} = \frac{R}{c}\mathbf{v}, \qquad \boldsymbol{\ell} + \mathbf{R}_0 = \mathbf{R} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R}_0 = \mathbf{R} - \frac{R}{c}\mathbf{v}. \tag{8.29}$$

З рис. 8.2 також легко з'ясувати зміст величини $s(\tau)$:

$$s(\tau) = R - \frac{1}{c}\mathbf{R}\mathbf{v} = R - \frac{R}{c}v\cos\theta = R - \ell\cos\theta. \tag{8.30}$$

За теоремою Піфагора,

$$s^2 + \ell^2\sin^2\theta = R_0^2, \tag{8.31}$$

$$s^2 = R_0^2 - \ell^2\sin^2\theta = R_0^2 - \left(\frac{v}{c}R\sin\theta\right)^2. \tag{8.32}$$

Водночас легко зауважити, що

$$R\sin\theta = R_0\sin\theta_0, \tag{8.33}$$

тому

$$s^2 = R_0^2 - \frac{v^2}{c^2}R_0^2\sin^2\theta_0, \tag{8.34}$$

$$s = R_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta_0}. \tag{8.35}$$

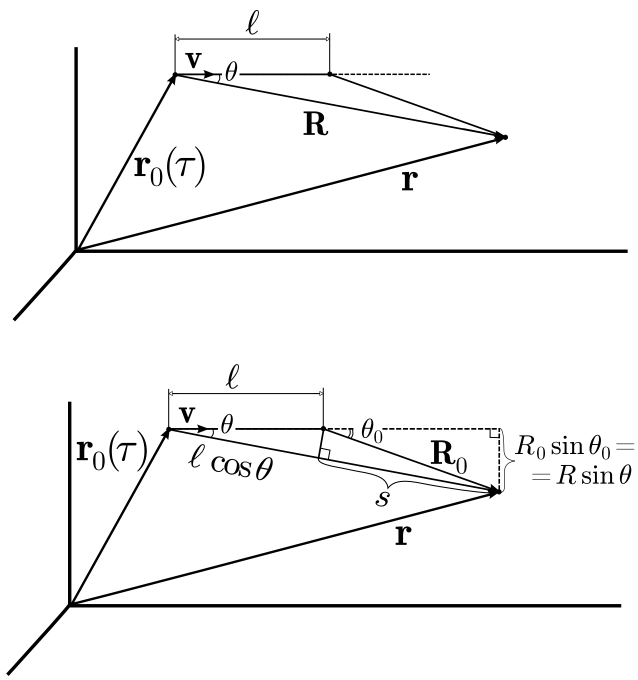

Рис. 8.2:

Для електричного поля маємо:

$$\mathbf{E}_0 = \frac{e}{s^3}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\left(\mathbf{R}-\frac{R}{c}\mathbf{v}\right) = \frac{e}{s^3}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\mathbf{R}_0. \tag{8.36}$$

Підставляючи сюди знайдений вираз для s, остаточно отримаємо:

$$\mathbf{E}_0 = e\frac{\mathbf{R}_0}{R_0^3}\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta_0\right)^{3/2}}, \tag{8.37}$$

де всі величини задано в момент спостереження.

За допомогою цих же величин можна записати вирази для потенціалів Лієнара–Віхерта:

$$\varphi = \frac{e}{s} = \frac{e}{R_0}\frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta_0\right)^{1/2}}, \tag{8.38}$$

$$\mathbf{A} = \frac{e}{s}\frac{\mathbf{v}}{c} = \frac{e}{R_0}\frac{\mathbf{v}/c}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta_0\right)^{1/2}}. \tag{8.39}$$

Цікаво порівняти величини поля рухомого заряду з величиною поля нерухомого заряду:

$$\mathbf{E}_0^{\text{нерух.}} = e\frac{\mathbf{R}_0}{R_0^3}. \tag{8.40}$$

Для довільного напрямку руху

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{\text{нерух.}} \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta_0\right)^{3/2}}. \tag{8.41}$$

Якщо частинка налітає на спостерігача ($\theta_0 = 0$), то

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}_\parallel = \mathbf{E}^{\text{нерух.}} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \qquad E_\parallel < E^{\text{нерух.}}. \tag{8.42}$$

Якщо $\theta_0 = \pi/2$, то

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}_\perp = \mathbf{E}^{\text{нерух.}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad E_\perp > E^{\text{нерух.}}. \tag{8.43}$$

Очевидно, існує якийсь проміжний напрямок руху (залежно від швидкості), при якому величина поля рухомого заряду збігається з $E^{\text{нерух.}}$.

Задача. Визначте напрямок θ_0, при якому величина електричного поля рухомого заряду збігається з $E^{\text{нерух.}}$. Розгляньте границю малих швидкостей $v/c \ll 1$.

Відповідь: У загальному випадку

$$\sin^2\theta_0 = \frac{c^2}{v^2}\left[1 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{2/3}\right],$$

звідки у границі $v/c \ll 1$ отримаємо: $\qquad \sin\theta_0 = \sqrt{\frac{2}{3}}.$