

1. Опис навчальної дисципліни

(Витяг з робочої програми навчальної дисципліни
“Методи математичної фізики”)

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		<i>денна форма навчання</i>	
Кількість кредитів – 9.0	Галузь знань 0402 Фізико-математичні науки	Нормативна	
Модулів – 2	Напрями підготовки 6.040203 Фізика, 6.040206 Астрономія	<i>Рік підготовки:</i> 2-й	<i>Рік підготовки:</i> 3-й
Змістових модулів – 4	Освітньо-кваліфікаційний рівень: бакалавр	<i>Семестр</i> 4-й	<i>Семестр</i> 5-й
Загальна кількість годин – 270		<i>Лекції</i> 32 год.	<i>Лекції</i> 48 год.
Тижневих годин для денної форми навчання: <i>Аудиторних:</i> IV семестр – 4 V семестр – 4 <i>Самостійної роботи студента:</i> IV семестр – 5.5 V семестр – 3.5		<i>Практичні</i> 32 год.	<i>Практичні</i> 16 год.
		<i>Лабораторні</i> год.	
		<i>Самостійна робота</i> 86 год.	<i>Самостійна робота</i> 56 год.
		<i>Вид контролю:</i> іспит	<i>Вид контролю:</i> іспит

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Методи математичної фізики (ММФ) займають важливе місце у навчальному процесі, це завершальний математичний курс, що складає основу математичного апарату наступних курсів теоретичної фізики

Мета: засвоєння студентами тих розділів математики, що виникли в результаті дослідження різних фізичних явищ: теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних, варіаційного числення та розділів, дотичних до них, таких як теорія функцій комплексної змінної, теорія узагальнених функцій, теорія спеціальних функцій, елементи функціонального аналізу.

Завдання: навчити студентів самостійно розв'язувати крайові задачі математичної фізики різними методами, варіаційні задачі, оперувати з комплексними функціями, узагальненими та спеціальними функціями.

В результаті вивчення ММФ студент повинен

знати основні поняття теорії функцій комплексної змінної, теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних, теорії узагальнених функцій, теорії спеціальних функцій, елементи функціонального аналізу.

вміти: встановлювати області аналітичності функцій комплексної змінної, обчислювати інтеграли за теоремою Коші про лишки, застосовувати методи математичної фізики (метод характеристик, метод відокремлення змінних, метод функцій Гріна, метод інтегральних перетворень) до розв'язування рівнянь електродинаміки та квантової механіки, виконувати різні дії над узагальненими функціями, зокрема над δ -функцією Дірака, спеціальними функціями.

3. Програма навчальної дисципліни

МОДУЛЬ 1

Змістовий модуль 1. Теорія функцій комплексної змінної

Вступ

Короткий історичний огляд еволюції зв'язків між фізикою і математикою.

Тема 1. Функції комплексної змінної

1. Комплексна змінна. Модуль та аргумент. Означення функції комплексної змінної. Похідна функції комплексної змінної.
2. Диференційовність і аналітичність. Умови Даламбера–Ейлера–Коші–Рімана.
3. Однозначні та багатозначні функції. Точки розгалуження багатозначних функцій.

Тема 2. Інтеграл від функції комплексної змінної

4. Інтегрування однозначних функцій. Теорема Коші. Теорема Морери.
5. Інтегральна формула Коші та її наслідки, інтеграл типу Коші.
6. Інтегрування багатозначних функцій.
7. Функціональні ряди. Теорема про рівномірну збіжність функціональних рядів.
8. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Теорема про степеневі ряди. Ряди Лорана. Область збіжності.

Тема 3. Лишки в особливих точках

9. Означення ізольованої особливої точки функції комплексної змінної та їх класифікація. Теорема про зв'язок характеру особливої точки зі структурою ряду Лорана.
10. Означення лишку в особливій точці.
11. Аналітичне продовження. Ріманові поверхні. Конформні відображення.
12. Застосування теорії лишків. Обчислення означених інтегралів. Лема Жордана.

Змістовий модуль 2. Операційне числення Узагальнені функції.

Тема 4. Інтегральне перетворення Лапласа

13. Пряме і обернене інтегральне перетворення Лапласа. Межі застосовності. Властивості перетворення Лапласа.
14. Диференціювання та інтегрування функцій-оригіналів та їх зображення. Інтеграл Дюгамеля.
15. Теорема множення Бореля. Згортка функцій. Зображення добутку функцій.
16. Застосовування перетворення Лапласа до розв'язування звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, поліноміальними коефіцієнтами.

Тема 5. Інші інтегральні перетворення

17. Пряме і обернене перетворення Фур'є. Межі застосовності.
18. Властивості перетворення Фур'є. Зв'язок з перетворенням Лапласа.

Тема 6. Узагальнені функції

19. δ -функція Дірака. δ -функційні послідовності.
20. Функціональні простори. Основні та узагальнені функції. Носій узагальненої функції.
21. Дії над узагальненими функціями. Диференціювання узагальнених функцій.
22. Функція Гевісайда. Формули Сохоцького.

МОДУЛЬ 2

Змістовий модуль 3. Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку

Тема 7. Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку з двома незалежними змінними

23. Класифікація диференціальних рівнянь з n незалежними змінними в точці. Характеристичні поверхні.
24. Класифікація диференціальних рівнянь з двома незалежними змінними в точці. Характеристичне рівняння. Канонічна форма рівнянь.
25. Рівняння коливань. Рівняння теплопровідності. Стаціонарні рівняння.
26. Крайові задачі та їх класифікація. Типи граничних умов. Коректне формулювання крайових задач.

Тема 8. Крайові задачі для рівнянь гіперболічного і параболічного типу

27. Рівняння коливань на нескінченій прямій. Формула Даламбера.
28. Метод характеристик для хвильового рівняння. Сферичні хвилі.
29. Метод відокремлення змінних для однорідного і неоднорідного рівняння коливань.
30. Задача Штурма–Ліувілля. Властивості власних функцій і власних значень.
31. Крайова задача з неоднорідними граничними умовами.
32. Метод функцій Гріна в задачі Коші для однорідного і неоднорідного рівняння теплопровідності.
33. Змішана крайова задача для рівняння теплопровідності з неоднорідними граничними умовами. Принцип Дюгамеля.

Тема 9. Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу

34. Метод функцій Гріна розв'язування крайових задач для рівнянь еліптичного типу. Властивості функцій Гріна.
35. Знаходження функцій Гріна методом конформного відображення для рівняння Лапласа на площині.
36. Об'ємні і поверхневі потенціали. Застосування потенціалів до розв'язування крайових задач.

Змістовий модуль 4. Спеціальні функції. Варіаційне числення

Тема 10. Циліндричні функції

37. Загальне рівняння для спеціальних функцій. Леми про асимптотичну поведінку розв'язків.
38. Задача Штурма–Ліувілля для круга. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя. Ортонормованість.
39. Функції Ноймана. Функції Ганкеля. Функції Бесселя і Ганкеля уявного аргумента.
40. Асимптотичне представлення циліндричних функцій.

Тема 11. Ортогональні многочлени

41. Твірна функція для многочленів Лежандра. Розклад твірної функції у степеневий ряд. Формула Родрига.
42. Рівняння для многочленів Лежандра. Рекурентні співвідношення. Ортонормованість
43. Твірна функція для многочленів Ерміта. Розклад в степеневий ряд твірної функції.
44. Рекурентні співвідношення. Рівняння для многочленів Ерміта.
45. Ортонормованість многочленів Ерміта. Функції Ерміта.
46. Твірна функція для многочленів Лагерра. Розклад твірної функції у степеневий ряд.
47. Рекурентні співвідношення. Рівняння для многочленів Лагерра. Ортонормованість. Функції Лагерра.
48. Розв'язування рівняння Лапласа у сферичних координатах методом відокремлення змінних.
49. Приєднані функції Лежандра. Ортонормованість функцій Лежандра.
50. Сферичні функції. Ортонормованість сферичних функцій.

Тема 12. Варіаційні задачі

51. Варіаційні принципи в фізиці. Задача про брахістохрону.
52. Абсолютний і відносний екстремум функціонала. Варіаційна похідна.
53. Варіаційна задача з закріпленими кінцями. Рівняння Ейлера. Функціонали з вищими похідними. Рівняння Ейлера–Пуассона.
54. Екстремум подвійного інтеграла. Рівняння Остроградського. Узагальнення на випадок вищих похідних.
55. Ізопериметрична задача. Множники Лагранжа.
56. Загальна форма першої варіації. Друга варіація.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7
МОДУЛЬ 1						
<i>Змістовий модуль 1. Теорія функцій комплексної змінної</i>						
Тема 1. Функції комплексної змінної	36	4	12			20
Тема 2. . Інтеграл від функції комплексної змінної	30	6	6			18
Тема 3 Лишки в особливих точках	36	8	8			20
<i>Разом – зм. модуль 1</i>	102	18	26			58
<i>Змістовий модуль 2. Операційне числення Узагальнені функції</i>						
Тема 4. Інтегральне перетворення Лапласа	20	6	2			12
Тема 5. Інші інтегральні перетворення	12	2	2			8
Тема 6. Узагальнені функції	16	6	2			8
<i>Разом – зм. модуль 2</i>	48	14	6			28
Усього годин за IV семестр	150	32	32			86
МОДУЛЬ 2						
<i>Змістовий модуль 3. Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку</i>						
Тема 7. Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку з двома незалежними змінними	20	10	4			6
Тема 8. Крайові задачі для рівнянь гіперболічного і параболічного типу	46	14	4			28
Тема 9. Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу	16	6	2			8
<i>Разом – зм. модуль 3</i>	82	30	10			42
<i>Змістовий модуль 4. Спеціальні функції. Варіаційне числення</i>						
Тема 10. Циліндричні функції	10	4	2			4
Тема 11. Ортогональні многочлени	18	10	2			6
Тема 12. Варіаційні задачі	10	4	2			4
<i>Разом – зм. модуль 4</i>	38	18	6			14
Усього годин за V семестр	120	48	16			56
Усього годин	270	80	48			142

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Виконання дій над комплексними числами.	2
2.	Тригонометрична форма комплексного числа.	2
3.	Функції комплексної змінної.	4
5.	Диференціювання функцій комплексної змінної Перевірка на аналітичність функцій.	2
6.	Інтегрування функцій комплексної змінної.	2
7.	Інтегрування багатозначних функцій комплексної змінної.	2
8.	Інтегральна формула Коші.	2
9.	Розклад функцій комплексної змінної у степеневі ряди.	4
10.	Ізольовані особливі точки.	2
11.	Обчислення лишків функцій.	2
12.	Обчислення інтегралів за теоремою Коші про лишки.	4
13.	Застосування лишків до обчислення означених інтегралів.	4
14.	Інтегральні перетворення.	2
15.	Застосування інтегрального перетворення Лапласа для розв'язку звичайних диференціальних рівнянь.	2
16.	Класифікація і зведення до канонічної форми рівнянь з частинними похідними 2-порядку.	2
17.	Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу. Метод характеристик.	2
18.	Метод відокремлення змінних.	6
19.	Метод інтегральних перетворень.	2
	Разом	48

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	К-сть годин
IV семестр		
1	Виконання дій над комплексними числами.	4
2	Тригонометрична форма комплексного числа.	4
3	Функції комплексної змінної.	6
4	Диференціювання функцій комплексної змінної Перевірка на аналітичність функцій.	6
5	Інтегрування функцій комплексної змінної.	4
6	Інтегрування багатозначних функцій комплексної змінної.	4
7	Інтегральна формула Коші.	4
8	Розклад функцій комплексної змінної у степеневі ряди.	6
9	Ізольовані особливі точки.	2
10	Обчислення лишків функцій.	4
11	Обчислення інтегралів за теоремою Коші про лишки.	4
12	Лишок у безмежно віддаленій точці.	4
13	Застосування лишків до обчислення означених інтегралів.	6
14	Інтегральні перетворення	20
15	Узагальнені функції	8
Разом за IV семестр		86
V семестр		
1	Вивід рівняння поперечних коливань струни і формулювання крайових задач для нього.	2
2	Вивід рівняння теплопровідності і формулювання для нього крайових задач	2
3	Вивід рівняння стаціонарних процесів, формулювання крайових задач для нього.	2
4	Крайові задачі з неоднорідними граничними умовами.	4
5	Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу.	4
6	Метод характеристик.	6
7	Знаходження розв'язку змішаної задачі з нульовими граничними умовами для однорідного хвильового рівняння за методом відокремлення змінних.	4
8	Знаходження розв'язку внутрішньої задачі Діріхле для круга методом відокремлення змінних.	4
9	Загальна схема методу відокремлення змінних.	6
10	Основи теорії потенціалу: об'ємний потенціал і його властивості, поверхневі потенціали.	2
11	Зведення задачі Діріхле для рівняння Лапласа до інтегрального рівняння	2
12	Метод інтегрального перетворення для крайових задач	4
13	Власні функції і власні значення спеціальної крайової задачі для рівняння Бесселя. Вивід рекурентних співвідношень. Циліндричні функції уявного аргумента.	4
14	Власні функції і власні значення спеціальної крайової задачі для рівняння Лежандра.	2
15	Сферичні функції та їх ортонормованість.	2
16	Власні функції і власні значення спеціальної крайової задачі для рівняння Лагерра.	2
17	Варіаційні задачі. рівняння Ейлера.	2
18	Ізопериметрична задача.	2
Разом за V семестр		56
Разом		142

10. Методи навчання

Лекційний матеріал подається у дохідливій і наочній формі, уникаючи великої кількості абстрактних побудов та заглиблення у суто математичні питання, які не є конче необхідними для засвоєння курсу. Натомість на практичних заняттях приділяється більше уваги засобам і методам розв'язування різноманітних фізичних задач.

11. Методи контролю

Контроль засвоєння матеріалу вимагає поточний контроль (поточне тестування за чотирма змістовими модулями): IV семестр — $2 \times 15 = 30$ балів; V семестр — $2 \times 15 = 30$ балів; оцінку відповідей та роботи на практичних заняттях: IV семестр — 20 балів; V семестр — 20 балів. За IV семестр — 50 балів, іспит — 50 балів; за V семестр — 50 балів, іспит — 50 балів. Сумарна оцінка за кожен семестр, таким чином, виставляється за 100-бальною шкалою.

12. Розподіл балів, що присвоюється студентам

Приклад розподілу балів, які отримують студенти (для екзамену) IV семестр

Поточне тестування та самостійна робота						Робота на практичних	Підсумковий тест (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 1			Змістовий модуль 2					
T1	T2	T3	T4	T5	T6			
5	5	5	5	5	5	20	50	100

Приклад розподілу балів, які отримують студенти (для екзамену) V семестр

Поточне тестування та самостійна робота						Робота на практичних	Підсумковий тест (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 1			Змістовий модуль 2					
T1	T2	T3	T4	T5	T6			
5	5	5	5	5	5	20	50	100

Шкала оцінювання: Університету, національна та ECTS

Оцінка в балах	Оцінка ECTS	Визначення	За національною шкалою	
			Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку	Залік
90–100	A	<i>Відмінно</i>	<i>Відмінно</i>	<i>Зараховано</i>
81-89	B	<i>Дуже добре</i>	<i>Добре</i>	
71-80	C	<i>Добре</i>		
61-70	D	<i>Задовільно</i>	<i>Задовільно</i>	
51-60	E	<i>Достатньо</i>		