

## 1. Опис навчальної дисципліни

(Витяг з робочої програми навчальної дисципліни  
“Векторний і тензорний аналіз”)

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
		<i>денна форма навчання</i>
Кількість кредитів — <b>2</b>	Галузь знань <b>0402 Фізико-математичні науки</b>	Нормативна
Модулів — <b>2</b>	Напрями підготовки <b>6.040203 Фізика</b> <b>6.040206 Астрономія</b>	<i>Рік підготовки:</i> <b>2-й</b>
Змістових модулів — <b>2</b>		<i>Семестр</i> <b>3-й</b>
Загальна кількість годин — <b>60</b>		<i>Лекції</i> <b>16 год.</b>
Тижневих годин для денної форми навчання: <i>аудиторних</i> — <b>2</b> <i>самостійної роботи студента</i> — <b>1.75</b>	Освітньо-кваліфікаційний рівень: <b>бакалавр</b>	<i>Практичні, семінарські</i> <b>16 год.</b>
		<i>Лабораторні</i> —
		<i>Самостійна робота</i> 28 год.
		<i>Вид контролю: іспит</i>

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Курс векторного і тензорного аналізу є базовою математичною дисципліною, яка розвиває математичний апарат, необхідний для різних розділів теоретичної фізики.

**Мета:** формування у майбутнього фізика поняття про векторні поля, диференціальні операції над векторними полями, інтегральні теореми для векторних полів, тензори та алгебраїчні операції над ними, перетворення систем координат, диференціальні операції над тензорами.

**Завдання:** навчити студентів самостійно виконувати обчислення із використанням диференціальних операцій над векторними полями, використовувати інтегральні теореми, виконувати основні операції над тензорами.

В результаті вивчення даного курсу студент повинен

**знати** основні поняття та теореми викладені у програмі курсу.

**вміти:** застосовувати поняття і методи викладені в курсі до розв'язування задач, застосовувати диференціальні операції для довільних скалярних та векторних полів, застосовувати інтегральні теореми для розрахунку криволінійних інтегралів та інтегралів по поверхні, виконувати перетворення систем координат, записувати диференціальні операції у довільних системах координат, перетворювати тензори при зміні систем координат, виконувати основні алгебраїчні операції над тензорами (додавання, множення, згортка, піднімання та опускання індексів).

Для вивчення дисципліни необхідні знання з таких розділів математики: математичний аналіз, лінійна алгебра, аналітична геометрія. Бажаним є знання електрики.

## 3. Програма навчальної дисципліни

### МОДУЛЬ 1

#### Змістовий модуль 1. Векторний аналіз

##### Тема 1. Прямокутні системи координат

1. Перетворення прямокутних координат точки при перетвореннях систем координат. Властивості коефіцієнтів перетворення. Перетворення компонент вектора при переході від однієї прямокутної системи координат до іншої.
2. Елементи векторної алгебри. Полярні та аксіальні вектори. Псевдовеличини.

##### Тема 2. Основи векторного аналізу

1. Вектор-функція скалярного аргументу. Диференціювання та інтегрування вектор-функцій за скалярним аргументом. Годограф.
2. Скалярне поле. Поверхні та лінії рівня. Похідна від скалярної функції за напрямком.
3. Градієнт скалярного поля та його властивості.
4. Потік векторного поля через поверхню. Дивергенція векторного поля та її властивості.
5. Теорема Осторградського-Гаусса, теорема про градієнт.
6. Лінійний інтеграл від векторного поля. Потенціальне векторне поле.
7. Ротор вектора та його властивості.
8. Теорема Стокса, теорема про ротор.
9. Соленоїдальні векторні поля.
10. Диференціальні операції другого порядку.
11. Теорема про розклад (теорема Гельмгольца).

## **МОДУЛЬ 2**

### **Змістовий модуль 2. Тензорний аналіз**

#### **Тема 3. Косокутні системи координат**

1. Косокутні системи координат. Узагальнені проєкції та узагальнені складові вектора.
2. Масштабні та дуальні вектори. Метричний тензор в косокутних координатах.
3. Скалярний і векторний добутки в косокутних координатах.
4. Піднімання і опускання індексів. Правила індексів, приклади їхнього застосування.
5. Перетворення координат і компонент вектора при переході від однієї косокутної системи координат до іншої.

#### **Тема 4. Тензори та їх властивості**

1. Перетворення векторів при зміні базису. Полілінійні форми. Тензори. Ранг тезора. Перетворення тензорів при перетворенні систем координат.
2. Алгебраїчні операції над тензорами (додавання, множення, згортка, піднімання та опускання індексів).
3. Трансформаційні властивості компонент метричного тензора при переході від однієї до іншої системи координат.
4. Деякі властивості тензорів 2-го рангу. Подвійна згортка добутку симетричного і антисиметричного тензорів 2-го рангу.
5. Диференціальні операції над тензорами у косокутних координатах. Векторна дивергенція тензора.

#### **Тема 5. Криволінійні системи координат**

1. Криволінійні системи координат. Масштабні та дуальні вектори у криволінійних системах координат. Локальний базис.
2. Ортогональні системи координат. Коефіцієнти Ламе.
3. Метричний тензор у криволінійних координатах. Ко- і контраваріантні метричні тензори. Метричні тензори для ортогональних систем координат. Метричні тензори для циліндричних та сферичних координат.
4. Перетворення криволінійних координат. Тензори в криволінійних системах координат.
5. Метричні простори. Задача про паралельне перенесення вектора. Символи Крістоффеля. Класифікація просторів.
6. Коваріантне диференціювання. Диференціальні операції в метричних просторах.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	Ср
1	2	3	4	5	6	7
<b>МОДУЛЬ 1</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Векторний аналіз.</b>						
Тема 1. Прямокутні системи координат.	5	2	1			2
Тема 2. Основи векторного аналізу.	27	6	9			12
<i>Разом – зм. модуль 1</i>	<b>32</b>	<b>8</b>	<b>10</b>			<b>14</b>
<b>МОДУЛЬ 2</b>						
<b>Змістовий модуль 2. Тензорний аналіз.</b>						
Тема 3. Косокутні системи координат.	8	2	2			4
Тема 4. Тензори та їх властивості.	8	2	2			4
Тема 5. Криволінійні системи координат.	12	4	2			6
<i>Разом – зм. модуль 2</i>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>6</b>			<b>14</b>
<b>Усього годин</b>	<b>60</b>	<b>16</b>	<b>16</b>			<b>28</b>

#### 6. Темі практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість Годин
1	Найпростіші формули векторного числення. Вектор-функція скалярного аргументу і її похідна.	1
2	Похідна від скалярного поля по напрямку. Градієнт. Похідна від векторного поля по напрямку.	1
3	Дивергенція та ротор для векторних полів.	4
4	Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.	2
5	Інтегральні теореми векторного аналізу. Обчислення поверхневих та контурних інтегралів	2
6	Косокутні координати. Перетворення векторів та ковекторів у косокутних координатах	2
7	Криволінійні координати. Диференціальні операції у криволінійних координатах. Коваріантне диференціювання.	2
	<b>Разом</b>	<b>16</b>

#### 7. Темі лабораторних занять

Лабораторні заняття в курсі не передбачені.

## 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Основні формули векторного числення.	1
2	Перетворення ортогональних систем координат та перетворення компонент вектора при цьому. Полярні та аксіальні вектори.	1
3	Розв'язування задач на обчислення градієнта, дивергенції, ротора	9
4	Застосування інтегральних теорем для обчислення криволінійних інтегралів та інтегралів по поверхні	3
5	Вектори у косокутних координатах. Метричний тензор у косокутних координатах	2
6	Диференціальні операції у косокутних координатах	2
7	Перетворення тензорів при зміні базису	2
8	Алгебраїчні операції над тензорами (розв'язування задач)	1
9	Властивості симетричних та антисиметричних тензорів 2-го рангу	1
10	Локальний базис для криволінійних систем координат. Ортогональні системи координат	2
11	Метричний тензор у криволінійних координатах	2
12	Диференціальні операції над векторами та тензорами у криволінійних координатах	2
	<b>Разом</b>	<b>28</b>

## 9. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання в курсі не передбачені.

## 10. Методи навчання

Під час вивчення навчальної дисципліни «Векторний Аналіз» застосовують такі методи навчання:

- *Наочні*: виведення на дошці основних співвідношень на лекціях і практичних заняттях;
- *Практичні*: задачі для практичних занять.

## 11. Методи контролю

Контроль засвоєння матеріалу включає поточний контроль (контрольні роботи за трьома змістовими модулями,  $2 \times 15 = 30$  балів), оцінку відповідей та роботи на практичних заняттях (20 балів) — разом за семестр 50 балів — та іспит, що складається з тестової частини ( $10 \times 3 = 30$  балів) і перевірки теоретичних та практичних знань за допомогою завдань більшого обсягу ( $2 \times 10 = 20$  балів) — разом 50 балів. Сумарна оцінка, таким чином, виставляється за 100-бальною шкалою.

## 12. Розподіл балів, що присвоюється студентам

*Розподіл балів, які отримують студенти (для екзамену)*

Поточне тестування та самостійна робота					Робота на практичних	Підсумковий тест (іспит)	Сума
Змістовий модуль 1		Змістовий модуль 2					
T1	T2	T3	T4	T5			
5	10	5	5	5	20	50	100

## Шкала оцінювання: Університету, національна та ECTS

Оцінка в балах	Оцінка ECTS	Визначення	За національною шкалою	
			Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку	Залік
90–100	A	Відмінно	Відмінно	Зараховано
81-89	B	Дуже добре	Добре	
71-80	C	Добре		
61-70	D	Задовільно	Задовільно	
51-60	E	Достатньо		

### 13. Методичне забезпечення

До системи методичного забезпечення дисципліни належить програма курсу, робоча навчальна програма, тексти лекцій і перелік задач для практичних занять та модульного контролю в електронному вигляді, тестові завдання для проведення іспиту, перелік теоретичних і практичних завдань для іспиту.

### 14. Рекомендована література

#### Базова література

1. М. Т. Сеньків, Векторний і тензорний аналіз. Львів: вид-во Львів. ун-ту, 1990, 148 с.
2. М. Л. Краснов, Векторный анализ. — М.: Наука, 1978, 160 с.
3. А. И. Борисенко, И. Е. Тарапов, Векторный анализ и начала тензорного исчисления. — М.: Высшая школа, 1966, 252с.
4. Б. Е. Победря, Лекции по тензорному анализу. — М.: Изд-во МГУ, 1986, 264с.
5. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская и др. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ, сборник задач. — К.: Вища школа, 1982, 376с.
6. В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин. Сборник задач по электродинамике. — М.: Наука, 1970, 504с.

#### Додаткова література

1. П. К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. — М.: Наука, 1967, 664с.
2. Я. П. Терлецкий, Ю. П. Рыбаков, Электродинамика. — М.: Высшая школа, 1990, 352с.
3. Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, А. Т. Фоменко. Современная геометрия. — М.: Наука, 1986, 760с.

### 15. Інформаційні ресурси

1. Eric Weisstein's World of Physics <http://scienceworld.wolfram.com/physics/>
2. Wikipedia. <http://www.wikipedia.org>