МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Кафедра теоретичної фізики

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

з навчальної дисципліни «МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ»

для студентів ІІ-ІІІ курсів фізичного факультету

ЛЬВІВ–2011

***Методи математичної фізики*.** Методичні рекомендації з навчальної дисципліни для студентів за напрямом підготовки 6.040203 Фізика — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. — 16 с.

Розробник:
Піх С. С, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теоретичної фізики

1. Опис навчальної дисципліни

(Витяг з робочої програми навчальної дисципліни “Методи математичної фізики”)

<table>
<tr><td rowspan="2">Найменування показників</td><td rowspan="2">Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень</td><td colspan="2">Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td colspan="2">денна форма навчання</td></tr>
<tr><td>Кількість кредитів, – 8.0</td><td>галузь знань
0402 Фізико-математичні науки</td><td colspan="2">Нормативна</td></tr>
<tr><td>Модулів – 2</td><td>Напрям підготовки
6.040203 Фізика</td><td rowspan="2">Рік підготовки:
2-й</td><td rowspan="2">Рік підготовки:
3-й</td></tr>
<tr><td>Змістових модулів – 4</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td><td>Семестр
4-й</td><td>Семестр
5-й</td></tr>
<tr><td>Загальна кількість годин – 298</td><td>Лекції
34 год.</td><td>Лекції
54 год.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Тижневих годин для денної форми навчання:
Аудиторних:
IV семестр – 4
V семетр – 4
Самостійної роботи студента:
IV семестр – 4.5
V семетр – 5</td><td rowspan="4">Освітньо-кваліфікаційний рівень:
бакалавр</td><td>Практичні
34 год.</td><td>Практичні
18 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторні
год.</td></tr>
<tr><td>Самостійна робота
72 год.</td><td>Самостійна робота
86 год.</td></tr>
<tr><td>Вид контролю:
залік</td><td>Вид контролю:
іспит</td></tr>
</table>

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Методи математичної фізики (ММФ) займають важливе місце у навчальному процесі, це завершальний математичний курс, що складає основу математичного апарату наступних курсів теоретичної фізики

Мета: засвоєння студентами тих розділів математики, що виникли в результаті дослідження різних фізичних явищ: теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних, варіаційного числення та розділів, дотичних до них, таких як теорія функцій комплексної змінної, теорія узагальнених функцій, теорія спеціальних курсів, елементи функціонального аналізу.

Завдання: навчити студентів самостійно розв'язувати крайові задачі математичної фізики різними методами, варіаційні задачі, оперувати з комплексними функціями, узагальненими та спеціальними функціями.

В результаті вивчення ММФ студент повинен

знати основні поняття теорії функцій комплексної змінної, теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних, теорії узагальнених функцій, елементи узагальненого аналізу, теорії спеціальних функцій.

вміти: встановлювати області аналітичності функцій комплексної змінної, обчислювати інтеграли за теоремою Коші про лишки, застосовувати методи математичної фізики (метод характеристик, метод відокремлення змінних, метод функцій Гріна, метод інтегральних перетворень) до розв'язування рівнянь електродинаміки та квантової механіки, виконувати різні дії над узагальненими функціями, зокрема над δ-функцією Дірака, спеціальними функціями.

3. Програма навчальної дисципліни

МОДУЛЬ 1

***Змістовий модуль 1*. Теорія функцій комплексної змінної**

Вступ

Короткий історичний огляд еволюції зв'язків між фізикою і математикою.

Тема 1. Функції комплексної змінної [1: с. 9–47; 5: с. 12–18; 6: с. 11–25]**.**

1. Комплексна змінна. Модуль та аргумент. Означення функції комплексної змінної. Похідна функції комплексної змінної.
2. Диференційовність і аналітичність. Умови Даламбера–Ейлера–Коші–Рімана.
3. Однозначні та багатозначні функції. Точки розгалуження багатозначних функцій.

Тема 2. Інтеграл від функції комплексної змінної [1: с. 41–101; 5: с. 38–108; 6: с. 43–54, 65–74]

4. Інтегрування однозначних функцій. Теореми Коші. Теорема Морери.
5. Інтегральна формула Коші та її наслідки, інтеграл типу Коші.
6. Інтегрування багатозначних функцій.

7. Функціональні ряди. Теорема про рівномірну збіжність функціональних рядів.
8. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Теореми про степеневі ряди. Ряди Лорана. Область збіжності.

. **Тема 3. Лишки в особливих точках** [1: с. 101–119; 5: с. 120–170; 6: с. 78–98, 105–133]

9. Означення ізольованої особливої точки функції комплексної змінної та їх класифікація. Теореми про зв'язок характеру особливої точки зі структурою ряду Лорана.
10. Означення лишку в особливі точці.
11. Аналітичне продовження. Рімановi поверхні. Конформні відображення.
12. Застосування теорії лишків. Обчислення означених інтегралів. Лема Жордана.

***Змістовий модуль 2*. Операційне числення Узагальнені функції.**

Тема 4. Інтегральне перетворення Лапласа [1: с. 119–132; 5: с. 211–243; 6: с. 489–508]

13. Пряме і обернене інтегральне перетворення Лапласа. Межі застосовності. Властивості перетворення Лапласа.
14. Диференціювання та інтегрування функцій-оригіналів та їх зображення. Інтеграл Дюгамеля.
15. Теорема множення Бореля. Згортка функцій. Зображення добутку функцій.
16. Застосовування перетворення Лапласа до розв'язування звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, поліноміальними коефіцієнтами.

Тема 5. Інші інтегральні перетворення [1: с. 132–149; 6: с. 562–571]

17. Пряме і обернене перетворення Фур'є. Межі застосовності.
18. Властивості перетворення Фур'є. Зв'язок з перетворенням Лапласа.
19. Синус-, косинус-перетворення Фур'є. Властивості.
20. Перетворення Мелліна. Зв'язок з перетворенням Лапласа.

Тема 6. Узагальнені функції [1: с. 149–187; 8: с. 218–253; 7: с. 84–127, 160–182; 18: с. 33–69]

21. δ-функція Дірака. δ-функційні послідовності.
22. Функціональні простори. Основні та узагальнені функції. Носій узагальненої функції.
23. Дії над узагальненими функціями. Диференціювання узагальнених функцій.
24. Функція Гевісайда. Формули Сохоцького.
25. Прямий добуток і згортка узагальнених функцій. Перетворення Фур'є, Лапласа узагальнених функцій.

МОДУЛЬ 2

***Змістовий модуль 3*. Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку**

Тема 7. Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку з двома незалежними змінними [1: с. 194–207; 9: с. 23–27; 10: с. 9–37]

26. Класифікація диференціальних рівнянь з *n*-незалежними змінними в точці. Характеристичні поверхні.
27. Класифікація диференціальних рівнянь з двома незалежними змінними в точці. Характеристичне рівняння. Канонічна форма рівнянь.
28. Рівняння коливань. Рівняння теплопровідності. Стаціонарні рівняння.
29. Крайові задачі і їх класифікація. Типи граничних умов. Коректне формулювання крайових задач.

Тема 8. Крайові задачі для рівнянь гіперболічного і параболічного типу [1: с. 207–218, 229–235, 237–260, 265–270; 9: с. 50–60, 121–123, 180–184, 200–217; 10: с. 44–50, 71–106, 110–127; 11: 242–248, 255–260]

30. Рівняння коливань на нескінченій прямій. Формула Даламбера.
31. Метод характеристик для хвильового рівняння. Сферичні хвилі.
32. Задача з даними на характеристиках.
33. Метод відокремлення змінних для однорідного і неоднорідного рівняння коливань.
34. Задача Штурма–Ліувілля. Властивості власних функцій і власних значень.
35. Крайова задача з неоднорідними граничними умовами.
36. Метод відокремлення змінних для рівняння теплопровідності з граничними умовами III роду.
37. Метод функцій Гріна в задачі Коші для однорідного і неоднорідного рівняння теплопровідності.
38. Змішана крайова задача для рівняння теплопровідності з неоднорідними граничними умовами. Принцип Дюгамеля.

Тема 9. Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу [1: с. 218–229, 235–237, 255–257, 260–265; 9: с. 287–297, 329–331; 10: с. 133–163, 179–196]

39. Гармонічні функції і їх властивості.
40. Метод функцій Гріна розв’язування крайових задач для рівнянь еліптичного типу. Властивості функцій Гріна.
41. Знаходження функцій Гріна методом конформного відображення для рівняння Лапласа на площині.
42. Об’ємні і поверхневі потенціали. Застосування потенціалів до розв’язування крайових задач.

Змістовий модуль 4. Спеціальні функції. Варіаційне числення

Тема 10. Циліндричні функції [1: с. 309–323; 9: с. 632–642, 645–651; 10: с. 249–287; 11: с. 87–98, 108–116]

43. Загальне рівняння для спеціальних функцій. Леми про асимптотичну поведінку розв’язків.
44. Задача Штурма–Ліувілля для круга. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя. Ортонормованість.
45. Функції Ноймана. Функції Ганкеля. Функції Бесселя і Ганкеля уявного аргумента.
46. Асимптотичне представлення циліндричних функцій.

Тема 11. Ортогональні многочлени [1: с. 290–309, 327–335, 361–371; 9: с. 672–690, 703–718; 10: с. 291–324, 329–337; 11: с. 47–67, 196–206, 217–220]

47. Твірна функція для многочленів Лежандра. Розклад твірної функції у степеневий ряд. Формула Родрига.
48. Рівняння для многочленів Лежандра. Рекурентні співвідношення. Ортонормованість
49. Твірна функція для многочленів Ерміта. Розклад в степеневий ряд твірної функції.
50. Рекурентні співвідношення. Рівняння для многочленів Ерміта.
51. Ортонормованість многочленів Ерміта. Функції Ерміта.
52. Твірна функція для многочленів Лагерра. Розклад твірної функції у степеневий ряд.
53. Рекурентні співвідношення. Рівняння для многочленів Лагерра. Ортонормованість. Функції Лагерра.
54. Розв’язування рівняння Лапласа у сферичних координатах методом відокремлення змінних.
55. Приєднані функції Лежандра. Ортонормованість функцій Лежандра.
56. Сферичні функції. Ортонормованість сферичних функцій.
57. Приклади застосування спеціальних функцій. Гармонічний осцилятор. Рух електрона в кулонівському полі.

Тема 12. Варіаційні задачі [1: с. 371–397; 12: с. 203–216, 245–255; 17: с. 5–41, 63–74, 90–100, 107–112; 18: с. 69–81, 83–107]

58. Варіаційні принципи в фізиці. Задача про брахістохрону.
59. Абсолютний і відносний екстремум функціонала. Варіаційна похідна.
60. Варіаційна задача з закріпленими кінцями. Рівняння Ейлера. Функціонали з вищими похідними. Рівняння Ейлера–Пуассона.
61. Екстремум подвійного інтеграла. Рівняння Остроградського. Узагальнення на випадок вищих похідних.
62. Ізопериметрична задача. Множники Лагранжа.
63. Загальна форма першої варіації. Друга варіація.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	**Кількість годин**					
	Денна форма					
	Усього	**у тому числі**				
		л	**п**	**лаб**	**інд**	**ср**
1	2	3	4	5	6	7
МОДУЛЬ 1						
***Змістовий модуль 1*. Теорія функцій комплексної змінної**						
Тема 1. Функції комплексної змінної	34	4	12			18
Тема 2. . Інтеграл від функції комплексної змінної	30	6	8			16
Тема 3 Лишки в особливих точках	36	8	8			20
Разом – зм. модуль1	***100***	***18***	***28***			***54***
***Змістовий модуль 2.* Операційне числення Узагальнені функції**						
Тема 4. Інтегральне перетворення Лапласа	14	6	2			6
Тема 5. Інші інтегральні перетворення	12	4	2			6
Тема 6. Узагальнені функції	14	6	2			6
Разом – зм. модуль 2	***40***	***16***	***6***			***18***
Усього годин за IV семестр	**140**	**34**	**34**			**72**
МОДУЛЬ 2						
***Змістовий модуль 3*. Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку**						
Тема 7. Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку з двома незалежними змінними	**22**	**10**	**4**			**8**
Тема 8. Крайові задачі для рівнянь гіперболічного і параболічного типу	**58**	**14**	**6**			**38**
Тема 9. Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу	**24**	**8**	**2**			**14**
Разом – зм. модуль 3	***104***	***32***	***12***			***60***
***Змістовий модуль 4*. Спеціальні функції. Варіаційне числення**						
Тема 10. Циліндричні функції	14	6	2			6
Тема 11. Ортогональні многочлени	24	10	2			12
Тема 12. Варіаційні задачі	16	6	2			8
Разом – зм. модуль 4	***54***	***22***	***6***			***26***
Усього годин за V семестр	***158***	***54***	***18***			***86***
Усього годин	**298**	**88**	**52**			**158**

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кіль-кість годин
1.	Виконання дій над комплексними числами [2: с. 9–15].	2
2.	Тригонометрична форма комплексного числа [2: с. 9–19].	2
3–4.	Функції комплексної змінної[2: с. 20–36].	4
5.	Диференціювання функцій комплексної змінної Перевірка на аналітичність функцій[2: с. 36–44].	4
6.	Інтегрування функцій комплексної змінної[2: с. 44–52].	2
7.	Інтегрування багатозначних функцій комплексної змінної [2: с. 52–56].	2
8.	Інтегральна формула Коші [2: с. 56–63].	2
9.	Розклад функцій комплексної змінної у степеневі ряди [2: с. 63–79].	2
10.	Ізольовані особливі точки [2: с. 80–88].	2
11.	Обчислення лишків функцій [2: с. 89–98].	2
12.	Обчислення інтегралів за теоремою Коші про лишки [2: с. 98–103].	4
13.	Лишок у безмежно віддаленій точці [2: с. 103–107].	2
14.	Застосування лишків до обчислення означених інтегралів [2: с. 108–120].	4
15.	Інтеґральні перетворення [2: с. 126–143].	2
16.	Застосування інтеґрального перетворення Лапласа для розв’язку звичайних диференціальних рівнянь [2: с. 143–147].	2
17.	Класифікація і зведення до канонічної форми рівнянь з частинними похідними 2-порядку [2: с. 159–164].	3
18.	Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу. Метод характеристик [2: с. 164–175].	3
19.	Метод відокремлення змінних [2: с. 175–205].	6
20.	Метод інтеґральних перетворень [2: с. 205–209]	2
	Разом	**52**

6. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кіль-кість годин
IV семестр		
1	Виконання дій над комплексними числами [1: 13–23; 5: 13–20].	4
2	Тригонометрична форма комплексного числа [6: 12–17; 2: 9–15]	2
3	Функції комплексної змінної [1: 9–47; 5: 12–18]	6
4	Диференціювання функцій комплексної змінної Перевірка на аналітичність функцій [6: 11–25; 2: 20–36].	6
5	Інтегрування функцій комплексної змінної [1: 47–72, 5: 38–56].	4
6	Інтегрування багатозначних функцій комплексної змінної [6: 43–65].	4
7	Інтегральна формула Коші [2: 44–63].	4
8	Розклад функцій комплексної змінної у степеневі ряди [1: 75–95; 5: 56–72, 108–120, 6: 65–78; 2: 63–80].	4
9	Ізольовані особливі точки [1: 101–105; 5: 120–124].	2
10	Обчислення лишків функцій [6: 78–92; 2: 80–98].	6
11	Обчислення інтегралів за теоремою Коші про лишки [1: 105–119].	6
12	Лишок у безмежно віддаленій точці [5: 120–140, 6: 433–449].	2
13	Застосування лишків до обчислення означених інтегралів [2: 98–120].	4
14	Інтегральні перетворення [1: 119–149; 5: 211–240; 6: 489–508; 2: 127–147].	9
15	Узагальнені функції [1: 149–187; 8: 218–253; 18: 33–69; 2: 147–153].	9
	Разом за IV семестр	72
V семестр		
1	Класифікація в точці лінійних рівнянь з частинними похідними [1: 194–201; 9: 11–22].	4
2	Класифікація в точці лінійних рівнянь від двох незалежних змінних [10: 9–17; 2: 159–164].	4
3	Вивід рівняння поперечних коливань струни і формулювання крайових задач для нього [1: 187–193].	4
4	Вивід рівняння теплопровідності і формулювання для нього крайових задач [9: 23–31].	4
5	Вивід рівняння стаціонарних процесів формулювання крайових задач для нього [10: 17–37].	4
6	Крайові задачі з неоднорідними граничними умовами [1: 208–218; 9: 50–60].	8

7	Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу [10: 44–47].	6
8	Метод характеристик [2: 164–175].	6
9	Знаходження розв'язку змішаної задачі з нульовими граничними умовами для однорідного хвильового рівняння за методом відокремлення змінних [1: 237–260; 9: 82–121].	6
10	Знаходження розв'язку внутрішньої задачі Діріхле для круга методом відокремлення змінних [10: 71–103].	4
11	Загальна схема методу відокремлення змінних [2: 175–205].	2
12	Основи теорії потенціалу: об'ємний потенціал і його властивості, поверхневі потенціали [1: 260–263; 9: 329–331].	2
13	Зведення задачі Діріхле для рівняння Лапласа до інтегрального рівняння [10: 178–197].	2
14	Метод інтегрального перетворення для крайових задач [1: 265–271; 9: 359–369; 10: 193–197; 2: 205–209].	4
15	Власні функції і власні значення спеціальної крайової задачі для рівняння Бесселя. Вивід рекурентних співвідношень. Циліндричні функції уявного аргумента [1: 309–323; 9: 632–650; 10: 248–289; 11: 87–95; 2: 244–245].	6
16	Власні функції і власні значення спеціальної крайової задачі для рівняння Лежандра.	4
17	Сферичні функції та їх ортонормованість [1: 291–307, 327–335].	4
18	Власні функції і власні значення спеціальної крайової задачі для рівняння Лагерра [9: 671–694, 703–710; 10: 294–306, 329–338].	4
19	Варіаційні задачі. рівняння Ейлера [11: 62–64, 2: 245–248].	4
20	Ізопериметрична задача [1: 371–397; 12: 203–216, 245–255; 13: 5–41, 63–74, 90–100, 107–112; 18: 69–81, 83–107; 2: 255–265].	4
	Разом за V семестр	86
	Разом	158

7. Методи контролю

Контроль засвоєння матеріалу вимагає поточний контроль (контрольні роботи за чотирма змістовими модулями): IV семестр — 2×15=30 балів; V семестр — 2×20= 40 балів; оцінку відповідей та роботи на практичних заняттях: IV семестр — 20 балів; V семестр — 10 балів. Разом: за IV семестр — 50 балів, залік — 50 балів; за V семестр — 50 балів, іспит — 50 балів. Сумарна оцінка за семестр, таким чином, виставляється за 100-бальною шкалою.

8. Розподіл балів, що присвоюється студентам

Приклад розподілу балів, які отримують студенти (для заліку) IV семестр

<table>
<tr><td colspan="6">Поточне тестування та самостійна робота</td><td rowspan="3">Робота на практичних</td><td rowspan="3">Підсумковий тест (екзамен)</td><td rowspan="3">Сума</td></tr>
<tr><td colspan="3">Змістовий модуль 1</td><td colspan="3">Змістовий модуль 2</td></tr>
<tr><td>Т1</td><td>Т2</td><td>Т3</td><td>Т4</td><td>Т5</td><td>Т6</td></tr>
<tr><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>20</td><td>50</td><td>100</td></tr>
</table>

Приклад розподілу балів, які отримують студенти (для екзамену) V семестр

<table>
<tr><td colspan="6">Поточне тестування та самостійна робота</td><td rowspan="3">Робота на практичних</td><td rowspan="3">Підсумковий тест (екзамен)</td><td rowspan="3">Сума</td></tr>
<tr><td colspan="3">Змістовий модуль 3</td><td colspan="3">Змістовий модуль 4</td></tr>
<tr><td>Т1</td><td>Т2</td><td>Т3</td><td>Т4</td><td>Т5</td><td>Т6</td></tr>
<tr><td>7</td><td>7</td><td>6</td><td>7</td><td>6</td><td>7</td><td>10</td><td>50</td><td>100</td></tr>
</table>

Шкала оцінювання: Університету, національна та ECTS

<table>
<tr><td rowspan="2">Оцінка в балах</td><td rowspan="2">Оцінка ECTS</td><td rowspan="2">Визначення</td><td colspan="2">За національною шкалою</td></tr>
<tr><td>Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку</td><td>Залік</td></tr>
<tr><td>90–100</td><td>A</td><td>Відмінно</td><td>Відмінно</td><td rowspan="5">Зараховано</td></tr>
<tr><td>81-89</td><td>B</td><td>Дуже добре</td><td rowspan="2">Добре</td></tr>
<tr><td>71-80</td><td>C</td><td>Добре</td></tr>
<tr><td>61-70</td><td>D</td><td>Задовільно</td><td rowspan="2">Задовільно</td></tr>
<tr><td>51-60</td><td>E</td><td>Достатньо</td></tr>
</table>

9. Методичне забезпечення

1. *С. С. Піх, О. М. Попель, А. А. Ровенчак, І. І. Тальянський*. Методи математичної фізики.– Львів, ЛНУ імені Івана Франка.— 2011.
2. *С. С. Піх, А. А. Ровенчак, Ю. С. Криницький*. 1001 задача з математичної фізики.– Львів, ЛНУ імені Івана Франка.— 2006.
3. *Піх С. С.* Методичні рекомендації до проведення практичних занять із курсу “Методи математичної фізики”. Ч. 1. Теорія функції комплексної змінної.– Львів: Львівський національний унівенситет ім. І. Франка.
4. *Тальянський І. І.* Методи математичної фізики. Тексти лекцій. Львів. Національний ун-т ім. Івана Франка.— Львів.– 1996.

10. Рекомендована література

Базова

5. *Свешников А.Г., Тихонов А.Н.* Теория функций комплексной переменной.– М., 1979.
6. *Лаврентьев М.А, Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексной переменной.– М.– 1973.
7. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики.— М.– 1976.
8. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа.– М.– 1981.
9. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики.– М.– 1977.
10. *Арсенин В.Я.* Методы математической физики и специальные функции.– М.– 1974.
11. *Никифоров А.Ф., Уваров В.Б.* Теория специальных функций.– М.– 1974.
12. *В. И. Смирнов*. Курс высшей математики. т. IV.– М.– 1953.
13. *В. М. Адамян, М. Я. Сушко*.Варіаційне числення.– Одеса: Астропринт.– 2005.
14. *А. П. Карташов, Б. Л. Рождественский.* Обыкновенные диференциальные уравнения и основы вариационного исчисления.– М.– 1980.

Допоміжна

15. *Бицадзе А.В.* Основы теории аналитических функций комплексного переменного.– М.– 1972.
16. *Перстюк М.О., Маринець М.М.* Теорія рівнянь матфізики.– К.– 1993.
17. *В. М. Адамян, М. Я. Сушко.* Вступ до математичної фізики. Introduction to mathematical physics.– Одеса: Астропринт.– 2003.
18. *А. Свідзінський.* Математичні методи теоретичної фізики. – Луцьк: Ред.-вид. відділ “Вежа”.– 2001.
19. *Фарлоу С*. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. М.: Мир.– 1985.

11. Приклад завдання для контролю поточної успішності

Тести до Теми 1 Змістового модуля 1

№1

Довести, що сума аналітичних функцій $w_1 = f_1(z)$, $w_2 = f_2(z)$ — аналітична функція.

№2

Довести, що різниця аналітичних функцій $w_1 = f_1(z)$, $w_2 = f_2(z)$ — аналітична функція.

№3

Довести, що добуток аналітичних функцій $w_1 = f_1(z)$, $w_2 = f_2(z)$ — аналітична функція.

№4

Довести, що частка двох аналітичних функцій $w_1 = f_1(z)$, $w_2 = f_2(z)$ $(f_2(z) \neq 0)$ — аналітична функція.

№5

Довести, що в області $\mathrm{Re} z > 0$, функція $w = \sqrt{|z|}^n \left(\cos\frac{\varphi}{n} + i\sin\frac{\varphi}{n}\right)$ аналітична.

№6

Довести, що в області $\mathrm{Re} z > 0$, функція $\ln z$ аналітична.

№7

Дослідити властивості тригонометричної функції $w = \sin z$.

12. Приклад завдання, що виносяться на іспит

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Освітньо-кваліфікаційний рівень*: спеціаліст*
Галузь знань: 0402 — *фізико-математичні науки*
Напрям підготовки: 6.040203— *Фізика*

Семестр: **V**

Дисципліна: ***Методи математичної фізики***

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № ___

1. Одержати функцію Гріна для рівняння теплопровідності.
2. Як розв’язувати варіаційні задачі за допомогою диференціальних рівнянь?
3. Подати означення перетворення Фур’є і вказати межі його застосовності.
4. Довести ортонормованість многочленів Ерміта.
5. Знайти згортку $\delta(x)$ з функцією $f(x)$.

Затверджено на засідання кафедри теоретичної фізики
Протокол № _ від _____________20___р

Завідувач кафедри___________ Екзаменатор_______________

13. Приклад тесту для контролю якості знань студентів

Львівський національний університет імені Івана Франка
Методи математичної фізики Зріз знань з
Варіант **1** Студент____________________________ Група_______

Вказівки:

Завдання № 1. Лишок комплексної функції в усувній особливій точці дорівнює
1) ∞ 2) 0 3) 1

Завдання № 2. Які особливі точки має функція комплексної змінної $f(z) = 1/(z^2+4)$
1) $z = \pm 2i$ 2) $z = \pm 2$ 3) $z = \pm 4$

Завдання № 3. Яка операція для функції-зображення відповідає операції диференціювання функції-оригіналу при інтегральному перетворенні Лапласа
1) інтегрування 2) ділення 3) множення

Завдання № 4. Чому дорівнює похідна від функції Гевісайда $\theta'(x)$?
1) 1 2) 0 3) $\delta(x)$

Завдання № 5. Чому дорівнює $x^n\delta^{(n)}(x)$?
1) 0 2) $(-1)^n n!\delta(x)$ 3) x^n

Завдання № 6. В якій формі шукати розв'язок рівняння $u_t = a^2u_{xx}$, якщо застосувати метод відокремлення змінних?
1) $u(x,t) = X(x)+T(t)$ 2) $u(x,t) = X(x)T(t)$ 3) $u(x,t) = X(x)/T(t)$

Завдання № 7. Власні функції і власні значення задачі Штурма–Ліувілля $X''(x)+\lambda^2X(x)=0$, $X(0)=X'(\pi/2)=0$, $0<x<\pi/2$ дорівнюють
1) $X_n(x) = \sin \lambda_n x$, $\lambda_n = (2n+1)$ 2) $X_n(x) = \exp(\lambda_n x)$, $\lambda_n = n$ 3) $X_n(x) = \cos \lambda_n x$, $\lambda_n = (2n+1)$

Завдання № 8. Розв'язком якої крайової задачі є формула Даламбера?
1) змішаної задачі для рівняння коливань 2) задачі Коші для рівняння теплопровідності 3) задачі Коші для рівняння коливань

Завдання № 9. Розв'язком якого рівняння є сферична функція?
1) рівняння Лежандра 2) рівняння Бесселя 3) кутової частини рівняння Лапласа

Завдання № 10. Умова екстремуму функціонала J це
1) $\delta J = 0$ 2) $dJ = 0$ 3) $J = 0$

Екзаменатор ____