

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Львівський національний університет імені Івана Франка

Кафедра теоретичної фізики

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
з навчальної дисципліни “ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА”
для студентів II-III курсів фізичного факультету

Львів – 2011

Теоретична механіка. Методичні рекомендації з навчальної дисципліни для студентів за напрямом підготовки **6.040203 Фізика** — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. — 13 с.

Розробник:

Стецко М. М., к. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теоретичної фізики

1. Опис навчальної дисципліни

(Витяг з робочої програми навчальної дисципліни
“Теоретична механіка”)

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		<i>денна форма навчання</i>	
Кількість кредитів – 7	галузь знань 0402 Фізико-математичні науки	Нормативна	
Модулів – 2	Напрямок підготовки 6.040203 Фізика	<i>Рік підготовки:</i> 2-й	<i>Рік підготовки:</i> 3-й
Змістових модулів – 4	Освітньо-кваліфікаційний рівень: бакалавр	<i>Семестр</i> 4-й	<i>Семестр</i> 5-й
Загальна кількість годин - 263		<i>Лекції</i> 34 год.	<i>Лекції</i> 36 год.
Тижневих годин для денної форми навчання: <i>Аудиторних:</i> IV семестр – 3 V семестр – 4 <i>Самостійної роботи студента:</i> VI семестр – 3 VII семестр – 5		<i>Практичні</i> 17 год.	<i>Практичні</i> 36 год.
		<i>Лабораторні</i> год.	
		<i>Самостійна робота</i> 54 год.	<i>Самостійна робота</i> 86 год.
		<i>Вид контролю:</i> залік	<i>Вид контролю:</i> іспит

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Курс теоретична механіка є фундаментальним розділом основного курсу теоретичної фізики.

Мета: формування в майбутнього фізика цілісної картини фізичних явищ, пов'язаних із макросвітом.

Завдання: навчити студентів самостійно виконувати розрахунки, необхідні для розв'язування задач теоретичної механіки.

В результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати основні поняття та рівняння предмету викладені у програмі курсу

вміти: застосовувати знання теоретичної механіки для розв'язування задач теоретичної механіки, володіти апаратом теоретичної механіки та розв'язувати відповідні рівняння

Для вивчення дисципліни необхідні знання з таких розділів математики і фізики: математичний аналіз, векторний аналіз, диференціальні рівняння.

3. Програма навчальної дисципліни

МОДУЛЬ 1

Змістовий модуль 1. Вступ до теоретичної механіки

Тема 1. Кінематика (4: §1; 5: §1.1, 7: Гл.1 § 1-6.)

1. Швидкість і прискорення в криволінійних координатах.
2. Природний спосіб задання руху точки. Тангенціальне, нормальне прискорення. Радіус кривизни і кручення траєкторії.

Тема 2. Динаміка (5: §1.1,1.3; 6: §1.2-1.4, 2.1-2.2, 2.-2.7, 7: Гл II § 1-5, Гл III § 1-5)

3. Принцип Галілея. Закони Ньютона. Закони змін і збереження імпульсу, момент імпульсу і кінетичної енергії матеріальної точки.
4. Закони зміни і збереження імпульсу, моменту імпульсу і кінетичної енергії системи матеріальних точок.

Тема 3. Інтегрування рівнянь Ньютона (2: §11-15; 4 §8-10; 5: §1.2; 6: §2.3-2.4, 7: Гл. 3 §7.)

5. Одномірний рух. Рух в центральному полі.
6. Задача двох тіл. Задача Кеплера.

Змістовий модуль 2. Принцип Даламбера. Рівняння Лагранжа. Принцип найменшої дії

Тема 4. Рівняння Лагранжа I та II родів (4: §12-15; 5: §2.1-2.6; 6: §5.1-5.7; 7: Гл. 4 §1-6.)

7. Вязі. Класифікація вязей. Основна задача динаміки невільної точки.
8. Принцип Даламбера. Рівняння Лагранжа I-го роду.
9. Рівняння Лагранжа II-го роду. Узагальнена сила. Рівняння Лагранжа II-го роду для потенціальної сили. Лагранжіан..

10. Узагальнений потенціал. Приклад електро-магнітного поля. Сили тертя. Дисипативна функція Релея.

Тема 5. Принцип найменшої дії (2: § 2-10; 4: §33-34; 5: §5.4; 7: Гл. 7 §4-5;)

11. Деякі задачі варіаційного числення. Елементи варіаційного числення. Основні поняття варіаційного числення. Функціонал. Варіація функції. Варіація функціоналу.

12. Рівняння Лагранжа-Ейлера для одної змінної. Узагальнення рівняння Лагранжа-Ейлера на випадок багатьох змінних.

13. Варіаційний принцип Гамільтона і рівняння Лагранжа. Варіаційний принцип Гамільтона при наявності зв'язків. Коваріантність рівнянь Лагранжа.

14. Закони збереження і їх зв'язок з властивостями простору і часу. Однорідність часу і закони збереження енергії. Однорідність простору і закон збереження імпульсу. Ізотронність простору і закон збереження моменту кількості руху. Теорема Неттер.

15. Механічна подібність. Теорема віріала.

МОДУЛЬ 2

Змістовий модуль 3. Гамільтоновий формалізм. Рівняння Гамільтона-Якобі

Тема 6. Канонічні рівняння (2: §40-46, 49; 4 §16-17, 35-36, 38-40; 5: §5.1-5.3; 6: §9.1-9.3, 9.7-9.10; 6: Гл. 7 §6-8, 10)

16. Рівняння Гамільтона. Функція Гамільтона. Функція Рауса.

17. Дужки Пуасона. Властивості дужок Пуасона.

18. Принцип Монертюї. Канонічні перетворення. Твірна функція канонічного перетворення.

19. Інваріантність дужок Пуасона відносно канонічних перетворень. Рух системи як канонічне перетворення.

20. Теорема Ліувіля. Інтегральні інваріанти Пуанкаре.

21. Рух фазової рідини. Рівняння Ліувіля.

Тема 7. Теорія Гамільтона-Якобі (2: §47-48, 4: § 37; 5: §6.1-6.3; 6: §9.4-9.6; 7: Гл. 7 §9-10)

22. Дія як функція координат.

23. Рівняння Гамільтона-Якобі. Теорема Якобі. Знаходження розв'язку задачі про рух механічної системи методом Гамільтона-Якобі.

24. Метод розділення змінних в рівнянні Гамільтона-Якобі.

25. Геометрична інтерпретація дії.

26. Рівняння Гамільтона-Якобі і хвильове рівняння. Гамільтоновий формалізм для дисипативних систем.

Змістовий модуль 4. Застосування методів теоретичної механіки до конкретних систем.

Тема 8. Малі коливання (2: §21-30; 4: §29-31; 5: §3.1-3.5; 6: §6.1-6.5,7.1-7.3; 7: Гл. 6 §1-4,6.)

27. Вільні одновимірні коливання. Вимушені коливання.
28. Коливання при наявності сил тертя. Затухаючі коливання. Вимушені коливання при наявності тертя.
29. Коливання систем з багатьма ступенями вільності.
30. Коливання одновимірного ланцюжка атомів.
31. Ангармонічні коливання.
32. Параметричний резонанс. Рух в швидко осцилюючому полі.

Тема 9. Рух твердого тіла (2: §31-36,39; 4: §18-23; 5: §4.1-4.3; 6: §8.1-8.4; 7: Гл 5,§1-4.)

33. Кутова швидкість. Тензор інерції.
34. Момент імпульсу твердого тіла. Рівняння руху твердого тіла.
35. Кути Ейлера.
36. Рівняння Ейлера для руху твердого тіла.
37. Рух в неінерційній системі відліку.

Тема 10. Неперервні системи (4: § 47-51; 5: §8.1-8.2; 6: §11.1-11.5,12.1-12.2; 9: §1-2,5-7,10,12,15,16,64.)

38. Приклади Лагранжіанів неперервних систем.
39. Рівняння Лагранжа для поля.
40. Рівняння Гамільтона для поля.
41. Дужки Пуассона для поля.
42. Рівняння руху ідеальної рідини.
43. Поширення звуку в газах. Нестислива рідина. Стаціонарний рух. Рівняння Бернуллі.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7
МОДУЛЬ 1						
<i>Змістовий модуль 1. Вступ до теоретичної механіки</i>						
Тема 1. Кінематика		4	2			6
Тема 2. Динаміка		4	2			6
Тема 3. Інтегрування рівнянь Ньютона		4	2			6
<i>Разом – зм. модуль 1</i>		12	6			18
<i>Змістовий модуль 2. Принцип Даламбера. Рівняння Лагранжа. Принцип найменшої дії</i>						
Тема 4. Рівняння Лагранжа I та II родів		8	8			16
Тема 5. Принцип найменшої дії		14	3			17
<i>Разом – зм. модуль 2</i>		22	11			33
Усього годин за IV семестр		34	17			51
МОДУЛЬ 2						
<i>Змістовий модуль 3. Гамільтоновий формалізм. Рівняння Гамільтона-Якобі</i>						
Тема 6. Канонічні рівняння		10	8			18
Тема 7. Теорія Гамільтона-Якобі		8	4			12
<i>Разом – зм. модуль 3</i>		18	12			30
<i>Змістовий модуль 4. Застосування методів теоретичної механіки до конкретних систем.</i>						
Тема 8. Малі коливання		6	12			12
Тема 9. Рух твердого тіла		6	6			12
Тема 10. Неперервні системи		6	6			10
<i>Разом – зм. модуль 3</i>		18	24			42
Усього годин за V семестр		36	36			72
Усього годин		70	53			123

5. Темы практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Кінематика точки у криволінійних координатах. (1. I, с.5-8)	2
2	Тангенціальне, нормальне прискорення. Радіус кривизни траєкторії. (1. I, с.9-10)	2
3	Закони збереження. (1. II, с.10-13)	2
4	Інтегрування рівнянь Ньютона. (1. II, с.13-15)	2
5	Рівняння Лагранжа I роду. (1. III, с.15-17)	4
6	Лагранжіан. Рівняння Лагранжа II роду. (1. III, с.17-19)	6
7	Функція Гамільтона. Канонічні рівняння Гамільтона. (1. IV, с.20-22)	4
8	Дужки Пуассона. (1. IV, с.23-25)	4
9	Метод Гамільтона-Якобі. Розділення змінних. (1. V, с.25-27)	4
10	Малі коливання. Гармонічне наближення. (1. VI, с.27-32)	4
11	Вимушені коливання. (1. VI, с.33)	2
12	Нелінійні коливання. Метод Боголюбова-Крилова. (1. VI, с.33)	4
13	Рух у швидкоосцилюючому полі. (1. VI, с.34)	2
14	Рух твердого тіла. (1. VII, с.35-39)	4
15	Рух в неінерційній системі відліку. (1. VII, с.40)	2
16	Неперервні системи. Лагранжіани та рівняння руху для поля. (1. VIII, с.41-43)	2
17	Рух рідини. (1. VIII, с.43-44)	4
	Разом	54

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
VI семестр		
1	Кінематика точки у криволінійних координатах. (1: I, с.5-8, 4: §1; 6: §1.1)	6
2	Тангенціальне, нормальне прискорення. Радіус кривизни траєкторії. (1: I, с.9-10, 4: §1; 6: §1.1)	6
3	Закони збереження. (1: II, с.10-13, 5: §1.1-1.3; 6: §2.1-2.2)	6
4	Інтегрування рівнянь Ньютона. (1: II, с.13-15, 2: §11-12,14; 4 §8-10; 5: §1.2; 6: §2.3-2.4)	6
5	Рівняння Лагранжа I роду. (1. III, с.15-17, 4: §12-13; 5: §2.1-2.3; 6: §5.1-5.3)	6
6	Лагранжіан. Рівняння Лагранжа II роду. (1: III, с.17-19, 4: §14-15; 5: §2.4-2.6; 6: §5.4-5.7; 7: Гл. 4 §1-6.)	12
7	Типи диференційованих симетрії. Теорема Нетер. (2: §6-7,9; 6: §5.6-5.7; 7: Гл.7. §5-6)	6
8	Механічна подібність. (2: §10;)	6
	Разом за IV семестр	54

VII семестр		
1	Функція Гамільтона. Канонічні рівняння Гамільтона. (1: IV, с.20-22; 2: §40, 43-45; 4: §16-17, 33,36; 5: §5.1-5.2,5.4; 6: §9.1-9.2; 7: Гл.7. §2-4,7-8)	8
2	Дужки Пуассона. (1: IV, с.23-25, 2: §42; 4: §38; 5: §5.3; 6: §9.3)	8
3	Метод Гамільтона-Якобі. Розділення змінних. (1: V, с.25-27; 2: §47-48, 4: § 37; 5: §6.1-6.3; 6: §9.4-9.6; 7: Гл. 7 §9-10)	8
4	Малі коливання. Гармонічне наближення. (1: VI, с.27-32; 2: §21,23; 4 : §29-31; 5: §3.1-3.2,3.5; 6: §6.1-6.3)	8
5	Вимушені коливання. (1: VI, с.33; 2: §22,26; 6: §6.5)	8
6	Нелінійні коливання. Метод Боголюбова-Крилова. (1: VI, с.33, 2: §28-29; 5: §7.1; 6: §7.1-7.2)	8
7	Рух у швидкоосцилюючому полі. (1: VI, с.34, 2: §30; 6: §7.3)	8
8	Рух твердого тіла. (1: VII, с.35-39, 2: §31-36; 4: §18-21; 5: §4.1-4.2; 6: §8.1-8.4)	8
9	Рух в неінерційній системі відліку. (1. VII, с.40, 2: §39; 5: §4.3; 6: §4.1-4.6)	8
10	Неперервні системи. Лагранжіани та рівняння руху для поля. (1: VIII, с.41-43, 5: §8.1-8.2)	8
11	Рух рідини (1: VIII, с.43-44, 4: §47-51; 6: §11.1-11.5,12.1-12.2; 9: §1-2,5-7,10,12,15,16,64.)	6
Разом за V семестр		86
Разом		140

9. Методи контролю

Контроль засвоєння матеріалу включає поточний контроль (контрольні роботи за чотирма змістовими модулями, $2 \times 15 = 30$ балів), оцінку відповідей та роботи на практичних заняттях (20 балів) — разом за семестр 50 балів; залік — 50 балів (IV семестр); іспит — 50 балів (V семестр). Сумарна оцінка за семестр, таким чином, виставляється за 100-бальною шкалою.

10. Розподіл балів, що присвоюється студентам

Приклад розподілу балів, які отримують студенти (для заліку) I семестр

Поточне тестування та самостійна робота					Робота на практичних	Підсумковий тест (залік)	Сума
Змістовий модуль 1			Змістовий модуль 2				
T1	T2	T3	T4	T5			
5	5	5	5	10	20	50	100

**Приклад розподілу балів, які отримують студент
(для екзамену) II семестр**

Поточне тестування та самостійна робота					Робота на практичних	Підсумковий тест (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 3		Змістовий модуль 4					
T6	T7	T8	T9	T10			
10	5	5	5	5	20	50	100

Шкала оцінювання: Університету, національна та ECTS

Оцінка в балах	Оцінка ECTS	Визначення	За національною шкалою	
			Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку	Залік
90–100	A	<i>Відмінно</i>	<i>Відмінно</i>	<i>Зараховано</i>
81–89	B	<i>Дуже добре</i>	<i>Добре</i>	
71–80	C	<i>Добре</i>		
61–70	D	<i>Задовільно</i>	<i>Задовільно</i>	
51–60	E	<i>Достатньо</i>		

11. Методичне забезпечення

1. Блажисівська М. В., Ровенчак А. А., Сідлецька Н. А. та ін. Збірник задач з теоретичної механіки.– Львів, ЛНУ імені Івана Франка. — 2011.

12. Рекомендована література

Базова

- 2 Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика. М.: “Наука”, 1988, 215 с.
3. А. Ю. Глауберман, М. Т. Сеньків. Теоретична механіка. Львів, 1960, 220 с.
4. А. М. Федорченко. Теоретична механіка. Київ: “Вища школа”, 1975, 516 с.
5. Д.тер Хаар. Основи гамільтонової механіки. М.: “Наука”, 1975, 223 с.
6. Н. Н. Ольховский. Курс теоретической механики для физиков. М.: “Наука”, 1975, 574 с.
7. М. А. Айзерман. Классическая механика. М.: “Наука”, 1974, 367 с.
8. Ю. Г. Павленко. Лекции по теоретической механике. М.: Изд. МГУ, 1991, 336с.
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Гидродинамика. М.: “Наука”, 1986, 730с.

Допоміжна

10. Г. Голдстейн. Классическая механика. М.: “Наука”, 1975, 415 с.
11. В. И. Арнольд, Математические методы классической механики. М.: “Наука”, 1979, 432с.

13. Приклад завдання для контролю поточної успішності

Задачі до змістового модуля 3

Варіант 1

1. Для системи, яка описується лагранжіаном : $L = \frac{1}{2}((\dot{x} - y)^2 + \dot{y}^2) - axy$ знайти функцію Гамільтона та записати канонічні рівняння;
2. Обчислити дужку Пуассона: $\{M_i, M_j\}$, де M_i - i -та компонента моменту кількості руху.
3. Використовуючи рівняння Гамільтона-Якобі знайти закон руху частинки у полі $U(x, y, z) = \frac{2}{x} - 3y - z^2$.

14. Приклад завдання, що виносяться на іспит

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Освітньо-кваліфікаційний рівень: *спеціаліст*

Галузь знань: 0402 — *фізико-математичні науки*

Напрямок підготовки: 6.040203— *Фізика*

Семестр: V

Дисципліна: *Теоретична механіка*

1

Білет № 1

1. Виходячи з принципу найменшої дії, отримайте рівняння Лагранжа другого роду (10 б.).
2. Знайдіть Лагранжіан подвійного плоского математичного маятника та запишіть рівняння руху (10 б.).
3. Для лагранжіана $L = \frac{(\dot{x} - x)^2}{2}$ знайдіть:
 - а) рівняння Лагранжа другого роду (3 б.),
 - б) функцію Гамільтона (3 б.),
 - в) канонічні рівняння Гамільтона (3 б.).
4. Обчисліть дужку Пуассона $\{xy, p_x p_y\}$ (3 б.).
5. Знайдіть частоту малих коливань частинки масою m , яка знаходиться у потенціальному полі $U(x) = -\frac{U_0}{(1 + \alpha x^2)}$, $U_0 > 0$ (3 б.).
6. Запишіть рівняння Ейлера для руху ідеальної рідини (3 б.).
7. Запишіть означення тензора інерції твердого тіла (3 б.).
8. Запишіть означення тангенціального та нормального прискорення (3 б.).
9. Запишіть рівняння Гамільтона-Якобі (3 б.).
10. Дайте означення кутів Ейлера (3 б.).

15. Приклад тесту для контролю якості знань студентів

Львівський національний університет імені Івана Франка

Теоретична механіка Зріз знань з

Варіант 1 Студент _____ Група _____

1. Частинка рухається по колу радіуса R зі сталою швидкістю v . Радіус кривизни траєкторії дорівнює
 1. R
 2. $R+v^2/g$
 3. $R+v^2/2g$
 4. $R/2$
 5. правильна відповідь відсутня
2. Частинка рухається за законом $x=3\sin t$, $y=4\sin t$. Модуль її швидкості рівний
 1. $|\cos t|a$
 2. $5|\cos t|$
 3. $7|\sin t|$
 4. $5|\sin t|$
 5. правильна відповідь відсутня
3. Консервативною силою називається
 1. сила тертя
 2. будь-яка дисипативна сила
 3. така сила, для якої циркуляція вздовж довільного замкненого контура рівна нулю
 4. така сила, для якої циркуляція вздовж довільного замкненого контура відмінна від нуля
 5. правильна відповідь відсутня
4. На частинку масою $m=1$ діє сила $F=\cos t$. У момент часу $t=0$, частинка перебувала у точці з координатою $x=0$, а її швидкість рівна $v=0$. Знайдіть рівняння руху частинки під дією сили F та виберіть варіант правильної відповіді
 1. $x(t)=\cos t-1$
 2. $x(t)=-\cos t-1$
 3. $x(t)=\sin t+1$
 4. $x(t)=-\cos t+1$
 5. правильна відповідь відсутня
5. Для лагранжіана $L = \dot{x}^2 - x$ знайдіть рівняння руху і вкажіть варіант правильної відповіді.
 1. $\ddot{x} + 1 = 0$
 2. $2\ddot{x} - 1 = 0$
 3. $2\ddot{x} + 1 = 0$
 4. $\ddot{x} + x = 0$
 5. правильна відповідь відсутня

6. Для лагранжіана $L = \frac{\dot{x}^2}{2} + 3x$ знайдіть гамільтоніан та виберіть варіант

правильної відповіді

1. $H = p^2/2 - 3x$
2. $H = p^2/2 + 3x$
3. $H = p^2/2 + x$
4. $H = p^2/2 - x$
5. правильна відповідь відсутня

7. Дужка Пуасона $\{q^2, p\}$ рівна

1. 0
2. 1
3. qp
4. q
5. правильна відповідь відсутня

8. Виберіть одну з умов, яку повинна задовільняти твірна функція канонічного перетворення $F_1 = F_1(q_i, Q_i, t)$

1. $p_i = \partial F_1 / \partial q_i$
2. $p_i = -\partial F_1 / \partial q_i$
3. $p_i = \partial F_1 / \partial Q_i$
4. $p_i = -\partial F_1 / \partial Q_i$
5. правильна відповідь відсутня

9. Використовуючи рівняння Гамільтона-Якобі знайти закон руху частинки масою m у

потенціальному полі $U = 5 + x$ та вказати правильний варіант відповіді

1. $x(t) = E - (\beta + t)^2 / 2m$
2. $x(t) = E - (\beta + 5t)^2 / 2m$
3. $x(t) = E - 5 - (\beta + t)^2 / 2m$
4. $x(t) = E - 5 - (\beta + 5t)^2 / 2m$
5. правильна відповідь відсутня

10. Знайдіть частоту малих коливань частинки масою $m=1$ в потенціальному полі $U = \cos^2(x)$ в околі положення рівноваги та виберіть варіант правильної відповіді

1. $\omega = 2$
2. $\omega = 1$
3. $\omega = \sqrt{2}$
4. $\omega = \sqrt{1/2}$
5. правильна відповідь відсутня

11. Знайдіть головні моменти інерції однорідної тонкої пластини масою m , яка має форму прямокутника зі сторонами $2a$ і $2b$ та виберіть варіант правильної відповіді

1. $I_1 = ma^2/3, I_2 = mb^2/3, I_3 = 2m(a^2 + b^2)/3$
2. $I_1 = ma^2/2, I_2 = mb^2/2, I_3 = m(a^2 + b^2)/2$
3. $I_1 = ma^2/4, I_2 = mb^2/4, I_3 = m(a^2 + b^2)/4$
4. $I_1 = ma^2/3, I_2 = mb^2/3, I_3 = m(a^2 + b^2)/3$
5. правильна відповідь відсутня.