КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ

ЛЬВІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

# РІЗДВЯНІ ДИСКУСІЇ 2006

ПРОГРАМА І ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

**Львів, 4–5 січня 2006 року**

Ауд. 10 (вул. Драгоманова, 12)

## 4 січня 2006 року

**10:00** Відкриття. *І. О. Вакарчук*

Головуючий: **І. О. Вакарчук**

**10:00+$\varepsilon$–10:45** *А. Дувіряк*, Метод $1/j$-розкладів для 2-частинкового рівняння Дірака

**10:45–11:30** *C. von Ferber, V. Palchykov, T. Holovatch, Yu. Holovatch*, Public Transport Networks: Topology and Scaling

**11:30–12:00** Кава

**12:00–12:45** *Ю. І. Дубленич*, Основні стани деяких Ізинґових моделей на простій кубічній ґратці зі взаємодією перших, других і третіх сусідів

Головуючий: **В. М. Ткачук**

**15:00–15:45** *Б. Новосядлий*, Збурення концентрацій йонів та електронів в епоху космологічної рекомбінації

**15:45–16:30** *Л. Ф. Блажиєвський*, Про термодинамічну границю і статистичну суму

**16:30–17:00** Кава

**17:45–18:30** *О. Пацаган*, Критичність кулонівських систем: яка вона?

## 5 січня 2006 року

Головуючий: **Л. Ф. Блажиєвський**

**10:00–10:45** *А. А. Ровенчак*, Бозе-газ твердих сфер: розклади за параметром взаємодії

**10:45–11:30** *V. M. Tkachuk*, Lorentz-covariant deformed algebra with minimal length. $(1+1)$-dimensional Dirac oscillator

**11:30–11:45** Кава

**11:45–12:30** *І. О. Вакарчук*, Концепція ефективної маси частинок в теорії квантових рідин

**12:30** Закриття

## Метод $1/j$-розкладів для 2-частинкового рівняння Дірака

*А. Дувіряк*
Інститут фізики конденсованих систем НАН України

Розглядається двочастинкове рівняння Дірака в координатному представленні з довільною взаємодією польового типу. Шляхом радіяльної редукції воно зведено до зв'язаної системи 8 диференційних рівнянь 1-го порядку, і далі — до пари рівнянь 2-го порядку. Одержана система має нефізичні синґулярності, що роблять точну постановку крайової задачі математично некоректною.

Запропоновано наближений аналітичний спосіб розв'язування таких рівнянь, що дозволяє ігнорувати вказані патолоґії. Спосіб ґрунтується на псевдо-пертурбативних розкладах за параметром $1/j$ (де $j$ — повний момент імпульсу системи) і є модифікацією відомих у літературі $1/\ell$- та $1/N$-методів (де $\ell$ — орбітальне квантове число, а $N$ — розмірність простору) для випадку системи кількох зв'язаних рівнянь квазіпотенцільного типу. У залежності від структури потенціялу, в 0-му наближенні отримано одне рівняння типу Шрединґера для гармонічного осцилятора, або пару зв'язаних рівнянь такого ж типу, які точно розв'язано. Вищі наближення враховуються за теорією збурень для нелінійних спектральних задач.

Як застосування методу роглядалася задача про зв'язані стани двокваркової системи на базі релятивістичного рівняння типу Брайта. Попередні обчислення показали, що деякі лінійні + кулонівські потенціяли скалярно-векторної структури (які є КХД-вмотивованими) добре відтворюють лінійні траєкторії Редже, зокрема їх нахил, відомий з експерименту, та наближене виродження траєкторій. У нерелятивістичному наближенні рівняння відтворює відому потенціяльну модель важких мезонів.

## Public Transport Networks: Topology and Scaling

*C. von Ferber*[1], *V. Palchykov*[2], *T. Holovatch*[2], *Yu. Holovatch*[2,3]
[1]Physikalisches Institut, Freiburg University, Germany
Complex Systems Research, Jagellonian University, Krakow, Poland
[2]Ivan Franko National University of Lviv, Ukraine
[3] Institute for Condensed Matter Physics, NASU, Lviv, Ukraine
Institute für Theoretische Physik, Johannes Kepler Universität Linz, Austria

We analyse the public transport (PT) networks of a number of major cities of the world. While the primary network topology is defined by a set of routes each servicing an ordered series of given stations, a number of different neighborhood relations may be defined both for the routes and the stations. E.g. one either defines two stations as neighbors whenever they are serviced by a common route or only if one station is the successor of the other in the series serviced by this route. The networks defined in this way display a number of distinguishing properties, the most striking being that often several routes proceed in parallel for a sequence of stations [1]. While other networks with real-world links like cables or neurons embedded in two or three dimensions often show similar features, these can be studied in detail in our present case. Previous studies of PT have mostly been restricted to much smaller networks and did not observe scale free behavior for which we find clear indications in the larger of the networks that we analyze. Our findings for the statistics as well as for relations between the topology and vulnerability of these networks are supported by simulations of an evolutionary model of PT networks that we propose.

[1] C. von Ferber, Yu. Holovatch, V. Palchykov, Condens. Matter Phys. **8**, 225 (2005); cond-mat/0501296.

## Основні стани деяких Ізинґових моделей на простій кубічній ґратці зі взаємодією перших, других і третіх сусідів

*Ю. І. Дубленич*
Інститут фізики конденсованих систем Національної Академії Наук України

Дослідження основних станів Ізинґових моделей на простій кубічній ґратці зі взаємодією перших, других і третіх сусідів зводиться до знаходження основних станів цих моделей на елементарному кубі й заповнення кубічної ґратки такими елементарними кубами з певною спіновою конфіґурацією, а також їхніми дзеркальними двійниками (вони можуть бути не тотожні). Якщо ґратку заповнено кубом з якоюсь однією спіновою конфіґурацією (і його дзеркальним двійником), то принаймні один із трьох паралелепіпедів $\mathbf{1} \times \mathbf{1} \times \boldsymbol{\infty}$, що містять довільний елементарний куб ґратки, утворено спіновими ланцюжками феромагнетного й антиферомагнетного типів. Ми довели це твердження для випадку спінів $S = \frac{1}{2}$ й $S = 1$, знайшовши ці паралелепіпеди для кожної спінової конфіґурації елементарного куба. З твердження випливає наслідок про відсутність тривимірного безладу в основних станах з однією спіновою конфіґурацію елементарного куба, а також, що в таких станах принаймні один із трьох спінових ланцюжків, які проходять через довільний вузол ґратки, є впорядкованим ланцюжком феромагнетного або антиферомагнетного типу.

Ми дослідили основні стани моделі Ізинґа зі спіном $S = \frac{1}{2}$ та моделі Блюма–Капеля, показавши взаємний зв'язок між основними станами цих моделей. На прикладі моделі Блюма–Капеля ми розробили алгоритм пошуку й побудови діяграм основних станів певного класу Ізинґових моделей з великою кількістю можливих станів "елементарної комірки".

## Критичність кулонівських систем: яка вона?

*О. Пацаган*
Інститут фізики конденсованих систем НАН України

Відомо, що електростатичні сили в значній мірі визначають властивості багатьох систем, як фізичних так хімічних і біологічних. Присутність кулонівської взаємодії стає особливо важливою, коли маємо справу з йонними рідинами (або плинами), до складу яких входять дисоційовані катіони та аніони, оскільки в більшості випадків така взаємодія між частинками є домінуючою. Зокрема, вивчення критичних властивостей і фазової поведінки йонних систем становить значний фундаментальний інтерес, а також є актуальним з точки зору застосування цих знань на практиці.

Впродовж останніх десяти років фазова і критична поведінка йонних розчинів інтенсивно вивчалась як теоретичними методами, так і методами комп'ютерного моделювання. Це, в першу чергу, було викликано неоднозначними результатами експериментальних досліджень, які показали, що в розчинах електролітів можуть спостерігатися як ізинґоподібна, так і класична критична поведінка. Використовуючи методи функціонального інтеґрування, ми вивчаємо критичність йонних плинів на основі найпростішої моделі електроліту, а також моделі, яка враховує асиметрію в розмірах і зарядах.

## Збурення концентрацій йонів та електронів в епоху космологічної рекомбінації

*Б. Новосядлий*
Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка

Здійснено аналіз розвитку збурень концентрацій вільних електронів та йонів водню і гелію в період космологічної рекомбінації, зумовлених нерівноважною йонізаційно-рекомбінаційною кінетикою в області космологічних адіабатичних збурень густини речовини. На основі рівнянь кінетики рекомбінації водню та гелію [1, 2] отримано диференціальні рівняння для еволюції відносних збурень концентрацій йонізованого водню та гелію, які інтегруються числовим методом для стандартних значень параметрів космологічної моделі. Показано, що для збурень з масштабом більшим за звуковий горизонт внаслідок сильної залежності швидкості йонізаційно-рекомбінаційної кінетики від густини газу і температури, амплітуди відносних збурень концентрацій йонів у період в момент рекомбінації більші амплітуди адіабатичних збурень густини речовини. Для вільних електронів і протонів в момент максимальної швидкості рекомбінації вона в $\sim 5$ разів більша від амплітуди збурення густини речовини, а для йонів гелію — у $\sim 18$ разів. Для збурень з масштабом меншим за звуковий горизонт співвідношення амплітуд залежить від їх фази осциляцій в момент рекомбінації.

Виявлений ефект зумовлює додаткову "пухнастість" сфери останнього розсіювання реліктового випромінювання. Оцінка показує, що він дає помітний вклад в анізотропію температури реліктового випромінювання для великомасштабних збурень — на рівні основних ефектів Сакса–Вольфа та Доплера [3]. Для збурень з масштабом меншим за горизонт частинки його вклад в анізотропію температури незначний, але може проявитись у поляризації реліктового випромінювання.

[1] Seager, S., Sasselov, D. D. & Scott, D., 1999, Astrophys. J. Lett., **523**, P. L1.
[2] Seager, S., Sasselov, D. D. & Scott, D., 2000, Astrophys. J. Suppl. Ser., **128**, P. 407.
[3] Sachs, R. K. & Wolfe, A. M., 1967, Astrophys. J., **147**, P. 73.

## Про термодинамічну границю і статистичну суму

*Л. Ф. Блажиєвський*
Кафедра теоретичної фізики Львівського національного університету
імені Івана Франка

Запропоновано метод отримання граничного термодинамічного переходу у статистичній механіці з виразів для фізичних величин, розрахованих у випадку невеликої кількості частинок.

## Бозе-газ твердих сфер: розклади за параметром взаємодії

*А. А. Ровенчак*
Кафедра теоретичної фізики Львівського національного університету
імені Івана Франка

Для опису слабковзаємодіючої системи бозонів у зовнішньому потенціалі застосовано метод, який ґрунтується на теорії ідеального бозе-газу. Зв'язок між енерґією й імпульсом частинки масою $m$ можна записати, використовуючи результат Боголюбова для спектру елементарних збуджень слабковзаємодіючого ідеального газу:

$$\varepsilon = f(p) = \frac{p^2}{2m}\sqrt{1 + 2\frac{N}{V}\,\frac{\Phi_0}{p^2/2m}}, \tag{1}$$

де $\varepsilon$ — енерґія, а $p = |\mathbf{p}|$ — абсолютне значення імпульсу частинки; $N$ — кількість частинок у системі, $V$ — об'єм системи, параметр $\Phi_0$ характеризує інтенсивність взаємодії. Для конкретизації задачі розглянуто двовимірну систему.

Хімічний потенціал $\mu$ визначається з умови

$$N = N_0(T) + \int_0^\infty \frac{g(\varepsilon)\, d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\mu)/T} - 1}, \tag{2}$$

де $N_0(T)$ — кількість частинок у конденсаті. Густина станів пропорційна до $V$ у випадку газу, що перебуває у прямокутній скриньці. Якщо на систему накласти зовнішнє поле

$$U(x,y) = \frac{m}{2}(\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2),$$

то об'єм потрібно замінити на $2\pi\varepsilon/m\omega_1\omega_2$.

Енерґію отримано за допомогою співвідношення:

$$E = E_0 + \int_0^\infty \frac{\varepsilon g(\varepsilon)\, d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\mu)/T} - 1}, \tag{3}$$

після чого можна, наприклад, розрахувати теплоємність.

Температуру переходу в конденсатний стан $T_c$ визначають з умови $\mu(T_c) = 0$. Якщо газ перебуває у скриньці, то $T_c = 0$. Після ввімкнення зовнішнього поля ефективна вимірність задачі стає 4 і $T_c > 0$.

Частину рядів для системи у скриньці можна підсумувати аналітично й отримати такий вираз для поправки до хімічного потенціалу $\Delta\mu$ у лінійному за $\Phi_0$ наближенні:

$$\Delta\mu = \frac{N}{V}\frac{\Phi_0}{4}\left(3 - 2\, e^{-\mu_0/T}\right), \tag{4}$$

де $\mu_0$ — хімічний потенціал ідеального двовимірного Бозе-газу.

У випадку зовнішнього потенціалу компактні вирази отримати складно. Однак числові розрахунки показують, що при малих значеннях параметра взаємодії криві енерґії чи теплоємности мало відрізняються від відповідних результатів для ідеального газу. Виявлено, зокрема, що температура Бозе-конденсації зростає.

## Lorentz-covariant deformed algebra with minimal length. $(1+1)$-dimensional Dirac oscillator

*V. M. Tkachuk*
Department for Theoretical Physics of the Ivan Franko National University of Lviv

Two-parametric $(\beta,\ \beta')$ deformed algedra is generalized to Lorentz-covariant algebra. In the case $\beta = 0$ it reproduces Snyder's algebra. It is shown that for $\beta + \beta' > 0$ there exists nonzero minimal uncertainty in position (minimal length). $(1+1)$-dimensional Dirac oscillator in space with this algebra at $\beta > 0,\ \beta' = 0$ is studied. Using SUSYQM with shape invariance the energy levels and wave functions of bound states are calculated exactly. Physically acceptable bound states exist for $\beta < 1/m^2c^2$. New interesting moment in the behaviour of energy spectrum is that the absolute value of energy levels $|E_n|$ tends to finite limit $c/\sqrt{\beta}$ when quantum number $n$ tends to infinity.

## Концепція ефективної маси частинок в теорії квантових рідин

*І. О. Вакарчук*
Кафедра теоретичної фізики Львівського національного університету
імені Івана Франка

Пропонується частину внеску багаточастинкових кореляцій у термодинамічні та структурні функції квантових рідин врахувати через введення ефективної маси частинок. Обговорено проблему визначення ефективної маси з рівнянь самоузгодженості точних співвідношень для термодинамічних величин, отриманих різними способами в наближенні парних кореляцій.