

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ
ЛЬВІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

РІЗДВЯНІ ДИСКУСІЇ 2018

ПРОГРАМА І ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

Львів, 11–12 січня 2018 року

Ауд. 10 (вул. Драгоманова, 12)

РІЗДВЯНІ ДИСКУСІЇ 2018

11 січня 2018 року

Головуючий: **В. Ткачук**

10:00–10:30 *Ю. Яремко*, Суперсиметричний квантовий осцилятор в пастці Пеннінга

10:30–11:00 *V. Pelykh*, A class of exact solutions of the Maxwell equations in the Kerr field and their use for describing new effects

11:00–11:30 *А. Кузьмак*, Заплутаність і геометрія квантових станів системи спінів із далекодією

11:30–12:00 Кава

12:00–12:30 *B. Novosyadlyj*, Light from Dark Ages

12:30–13:00 *M. Dudka*, Critical behavior of two-dimensional models with Ising spins in the presence of long-range correlated disorder

13:00–13:30 *M. Krasnytska*, Ising model with a power-law spin length distribution

Головуючий: **В. Пелих**

15:00–15:30 *О. Петрук*, Заповнення прогалини між Надновими та Залишками Наднових. Тривимірне магніто-гідродинамічне моделювання

15:30–16:00 *M. Samar*, Exact solutions for two-body problems in 1D deformed space with minimal length

16:00–16:30 *О. Величко*, Бозе-конденсація та/або модуляція “зміщень” у двостановій моделі Бозе–Хаббарда

16:30–17:00 Кава

17:00–17:20 *D. Shapoval*, On the cross-over between diffusion-limited and reaction-limited particle systems

17:20–17:40 *П. Сарканич*, Точний розв’язок 1D моделі Поттса з невидимими станами: аналіз нулів статистичної суми

17:40–18:00 *А. Присяжний*, Стійкий метод визначення напруженості магнітного поля в фотосфері Сонця

18:00–18:20 *Г. Паночко*, Функціональне інтегрування в теорії Бозе полярона

12 січня 2018 року

Головуючий: **Ю. Яремко**

10:00–10:30 *О. Мриглов*, Двадцять років Журналу фізичних досліджень. Спроба журналометричного аналізу

10:30–11:00 *Yu. Kulnich*, The dark energy hydrodynamics

11:00–11:30 *Т. Малий*, Люмінесцентні властивості наночастинок $YVO_4: Bi^{3+}$, отримані шляхом гідротермального синтезу

11:30–12:00 Кава

12:00–12:30 *М. Стоділка*, Фотосферні джети в спокійній атмосфері Сонця

12:30–13:00 *Х. Гнатенко*, Екзотичні атоми у квантованому просторі з некомутативністю координат та некомутативністю імпульсів

13:00–13:30 *М. Tsish*, Network metrics of cosmic web of GADGET2 cosmological N -body simulation

Головуючий: **Б. Новосядлий**

15:00–15:30 *Ю. Головатий*, Оператори Шрединґера із сингулярними потенціалами та точкові взаємодії

15:30–16:00 *В. Padlyak*, Sensibilisation of the Gd^{3+} luminescence in borate glasses by silver impurity

16:00–16:30 *Г. Понеділок*, Електростатична взаємодія двоатомних полярних молекул з металевими кластерами

16:30–17:00 *V. Tkachuk*, Exact solution of generalized Dirac oscillator

17:00–... Закриття

СУПЕРСИМЕТРИЧНИЙ КВАНТОВИЙ ОСЦИЛЯТОР В ПАСТЦІ ПЕННІНГА

Ю. Яремко

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Досліджена квантова динаміка заряду зі спіном $1/2$ в ідеальній пастці Пеннінга. Частинка утримується в робочій камері пристрою електричним полем, що є градієнтом квадрупольного потенціалу

$$e\Phi(\rho, z) = \frac{M}{2}\omega_z^2 \left(-\frac{1}{2}\rho^2 + z^2 \right),$$

та однорідним магнітним полем $\mathbf{B} = [\nabla \times \mathbf{A}]$, орієнтованим вздовж осі z :

$$\frac{e}{c}\mathbf{A} = -\frac{1}{2}M\omega_c(-y, x, 0).$$

Аксіальна частота, ω_z , та циклотронна частота, ω_c , задовільняють умову утримання: $2\omega_z^2/\omega_c^2 < 1$. Завдяки аксіальній симетрії третя компонента повного моменту кількості руху $J_3 = L_3 + S_3$ та гамільтоніан Дірака комутують. Щоб розв'язати нерелятивістську (основану на рівнянні Паулі) задачу на власні функції та власні значення комутуючих ермітових операторів застосована суперсиметрична квантова механіка Віттена [1]. Хвильову функцію шукаємо у вигляді

$$\psi(\rho, \varphi, z) = \frac{\chi(z)}{\sqrt{\rho}} \begin{bmatrix} e^{-i(m+1)\varphi} R_1(\rho) \\ e^{-im\varphi} R_2(\rho) \end{bmatrix},$$

де $\chi(z)$ – поліном Ерміта. Радіальні частини суперсиметричних партнерів факторизовані сходящими операторами із суперпотенціалом

$$W(\rho; m) = \rho - \frac{m + 1/2}{\rho}.$$

Знайдені спектри суперсиметричних партнерів. За допомогою стандартної теорії збурень знайдені поправки до нерелятивістського спектру [2].

[1] E. Witten, J. Differential Geometry **17**, 661 (1982).

[2] Yu. Yaremko, M. Przybylska, A. J. Maciejewski, Int. J. Mass Spectrom. **422**, 13 (2017).

A CLASS OF EXACT SOLUTIONS OF THE MAXWELL EQUATIONS IN THE KERR FIELD AND THEIR USE FOR DESCRIBING NEW EFFECTS

V. Pelykh, Yu. Taistra

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, NAS of Ukraine

The problem of evolution of test fields in Kerr space-time background had been substantially solved by Teukolsky, but the Teukolsky radial equation and the Teukolsky angular equation still contains mathematical difficulties of theoretical and computational character: until recently, solving those equations analytically was considered impossible in terms of known functions, so approximations with more simple function – spin-weighted spherical harmonics, which generalize spheroidal wave functions (when spin is zero) and spin-weighted spherical harmonics (when $a\omega = 0$), Jacobi polynomials, continued fractions, Heun functions were used for computing, but all approaches were faced with computational

difficulties. As a result, there are quite a few physical consequences of these equations, the most famous of which is Starobinski prediction of superradiance.

By using Newman-Penrose method in the spinor form we have found (simultaneously with Jezierski and Smolka but in another analytic form) in a class of algebraically special solutions an exact general solution and solution with separated variables which describes null one-way Maxwell field on Kerr space-time background and have investigated some of their properties and extracted physical consequences. This general solution generalizes the known solution of Torres in Minkowski space-time. From solution with separated variables we deduce exact formula for rotation of plane of polarization (gravitational analog of Faraday effect) and a conclusion about supressing of right handed electromagnetic waves for all frequencies as well as expression for phase shift. The latter contains as the partial case known result in Schwarzschild case.

ЗАПЛУТАНІСТЬ І ГЕОМЕТРІЯ КВАНТОВИХ СТАНІВ СИСТЕМИ СПІНІВ ІЗ ДАЛЕКОДІЄЮ

А. Кузьмак

Кафедра теоретичної фізики,
Львівський національний університет імені Івана Франка

Досліджено еволюцію системи N спінів, які всі між собою взаємодіють. Отримано вираз для еволюції заплутаості одного спіну з рештою спінів в залежності від проекції початкового стану. Почислено метрику многовиду, який містить ці стани. Показано, що він має топологію сфери. Також знайдено залежність заплутаності стану від кривизни многовиду.

LIGHT FROM DARK AGES

B. Novosyadlyj^{1,2}, O. Sergijenko¹, V. Shulga^{2,3}

¹Astronomical Observatory of Ivan Franko National University of Lviv

²International Center of Future Science of Jilin University, Changchun, P. R. China,

³Institute of Radio Astronomy , NAS of Ukraine, Kharkov

The observational and theoretical studies of structure and composition of the Universe at different scales and epochs, the search for new precise tests for them are the important part of modern cosmology. We analyse the formation of first objects at the end of cosmological Dark Ages in the multicomponent Universe (dark matter, dark energy, baryonic matter and thermal radiation) and their possible observational manifestations. Before the appearance of first luminous objects (Population III stars, quasars and first galaxies) the baryonic gas with some primordial molecules content in dark matter halos can either absorb the background thermal (relic) radiation or radiate in the rotational–vibrational molecular lines [1]. We discuss the possibility of observing them using the advanced low frequency radiotelescopes.

We also show that the abundances of different molecules at the end of Dark Ages depend on the nature of dark components, especially on the type of dark matter [2]. If the dark matter is warm and consists of decaying or self-annihilating particles, the formation/dissociation of molecules depends on its nature. We discuss the possibility of constraining the warm dark matter parameters (density, mass and lifetime of particles) using the radioastronomical observational data.

[1] S. Lepp, P. C. Stancil, in *The Molecular Astrophysics of Stars and Galaxies*, edited by Thomas W. Hartquist and David A. Williams (Clarendon Press, Oxford, 1998), p. 37.

[2] B. Novosyadlyj, O. Sergijenko, V. Shulga, *Kinem. Phys. Celest. Bodies* **33**, 3 (2017).

CRITICAL BEHAVIOR OF TWO-DIMENSIONAL MODELS WITH ISING SPINS IN THE PRESENCE OF LONG-RANGE CORRELATED DISORDER

M. Dudka

Institute for Condensed Matter Physics, NAS of Ukraine, Lviv

We consider the critical behavior of two-dimensional Ising model and N -'color' Ashkin-Teller model in a presence of random defects whose correlations decay with the distance r as a power-law r^{-a} . Mapping the problems onto two-dimensional Dirac fermions with correlated disorder we study the critical properties within renormalization group approach. Using two-loop approximation for Ising model with $0.995 < a < 2$ we find new critical behaviour characterized by the correlation length exponent $\nu \approx 2/a$. Applying bosonization, we also calculate the averaged square of the spin-spin correlation function and find the corresponding critical exponent η_2 .

For N -'color' Ashkin-Teller model within one-loop order we show that a "weakly universal" scaling behavior for $N = 2$ as well as the first-order phase transition for $N > 2$, are transformed by the correlated disorder into a continuous phase transition sharing universality class with previously considered model.

ISING MODEL WITH A POWER-LAW SPIN LENGTH DISTRIBUTION

B. Berche^{1,2}, *Yu. Holovatch*^{2,3}, *M. Krasnytska*^{2,3}

¹ Institut Jean Lamour, CNRS/UMR 7198, Groupe de Physique Statistique,
Université de Lorraine, France

² L⁴ Collaboration & Doctoral College for the Statistical Physics of Complex Systems,
Leipzig-Lorraine-Lviv-Coventry

³ Institute for Condensed Matter Physics, NAS of Ukraine

Considering the critical behavior on networks, special attention had been paid to the the case of scale-free networks, which are characterized by a power law decay of the node degree distribution [1]. It is well established by now, that fundamental features of criticality, scaling and universality, have to be reconsidered when a system resides on a scale-free network, see e.g. [2]. In our study we decided to further analyse the combined impact of two power laws present in the system. To this end, we consider the Ising model with power-law spin length distribution on a scale free network. As we show in our study, an interplay of two power laws governing systems statistics leads to rich phase diagram with a variety of phase transitions in different universality classes [3]. We discuss possible applications of the model considered.

[1] R. Albert, A.-L. Barabási, Rev. Mod. Phys. **74**, 47 (2002).

[2] M. Krasnytska, B. Berche, Yu. Holovatch, R. Kenna, J. Phys. A **49**, 135001 (2016).

[3] B. Berche, Yu. Holovatch, M. Krasnytska (unpublished).

ЗАПОВНЕННЯ ПРОГАЛИНИ МІЖ НАДНОВИМИ ТА ЗАЛИШКАМИ НАДНОВИХ. ТРИВИМІРНЕ МАГНІТО-ГІДРОДИНАМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

О. Петрук¹, С. Орландо²

¹Інститут прикладних проблем механіки і математики, Львів

²Астрономічна обсерваторія, Палермо

Залишки наднових — дифузні об'єкти, які утворилися внаслідок вибуху зір на кінцевій стадії еволюції. Вони переважно мають досить складну морфологію, неоднорідний розподіл яскравості та негомогенну структуру зоряного викиду. Загальний консенсус полягає в тому, що така морфологія залишків може бути наслідком, з одного боку, структури зорі-попередниці та особливостей її вибуху або ж, з іншого боку, формується внаслідок взаємодії ударної хвилі Наднової з неоднорідним оточуючим середовищем, який був сформований на останніх стадіях еволюції попередниці. Отож, всехвильові спостереження залишків наднових містять закодовану інформацію про фізичні властивості спалаху зорі й її еволюцію в довколишньому просторі. Розшифровка спостережень та моделювання еволюції об'єкта, яке на них ґрунтується, відкриває можливість реконструювати будову зоряного викиду одразу після вибуху, а також структуру середовища та геометрію магнітного поля довкола зорі-попередниці. Ми покажемо, як тривимірні магніто-гідродинамічні моделі еволюції зорі від спалаху наднової до залишку наднової розкривають таємниці двох цікавих об'єктів Cassiopeia A і SN1987A.

EXACT SOLUTIONS FOR TWO-BODY PROBLEMS IN 1D DEFORMED SPACE WITH MINIMAL LENGTH

М. І. Самар, В. М. Ткачук

Department for Theoretical Physics, Ivan Franko National University of Lviv

We reduced two-body problem to the one-body problem in general case of deformed Heisenberg algebra leading to minimal length. Two-body problems with delta and Coulomb-like interactions were solved exactly. We obtained analytical expression for the energy spectrum for partial cases of deformation function. The dependence of the energy spectrum on the center-of-mass momentum was found. For special case of deformation function, which correspondes to cutoff procedure in momentum space it was shown that this dependence is more likely to observe for identical particles.

Main results of this report were published in [М. І. Самар, В. М. Ткачук, J. Math. Phys. 58, No. 12, 122108 (2017)].

БОЗЕ-КОНДЕНСАЦІЯ ТА/АБО МОДУЛЯЦІЯ “ЗМІЩЕНЬ” У ДВОСТАНОВІЙ МОДЕЛІ БОЗЕ-ХАББАРДА

І. В. Стасюк, О. В. Величко

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Вивчаються нестійкості у системі квантових частинок, які описуються двостановою моделлю Бозе-Хаббарда, відносно появи бозе-конденсату та/або модуляції “зміщень”. Показано, що у системі залежно від співвідношення між енергією збудженого стану та параметром взаємодії зміщень виникає стан з модульованим (з подвоєнням періоду ґратки) або однорідним зміщенням частинок.

Проаналізовано умови виникнення фази з бозе-конденсатом. Досліджено поведінку параметрів порядку й побудовано фазові діаграми системи як аналітично (для основного стану), так і числовими методами (при ненульовій температурі). Встановлено, що фаза суперсолід є одним з

можливих метастабільних станів, але вона не є термодинамічно стійкою. Натомість реалізуються фазові переходи між нормальною і модульованою фазами, які можуть бути як 1-го так і 2-го роду. Фаза з бозе-конденсатом, при її появі, є проміжною між ними.

ON THE CROSS-OVER BETWEEN DIFFUSION-LIMITED AND REACTION-LIMITED PARTICLE SYSTEMS

D. Shapoval^a, M. Dudka^a, X. Durang^b, M. Henkel^{c,d}

^a Institute of Condensed Matter Physics, NAS of Ukraine, Lviv

^b Department of Physics, University of Seoul, Republic of Korea

^c Laboratoire de Physique et Chimie Théoriques (CNRS UMR), Université de Lorraine Nancy, France

^d Centro de Física Teórica e Computacional, Universidade de Lisboa, Portugal

Relaxation phenomena far from equilibrium continue to raise important questions in fundamental and applied research. Diffusion-limited chemical reactions provide test cases of particular interest, since their evolution is dominated by fluctuations on all time and length scales [1]. We consider the coagulation-diffusion process of a single species of particles A , which can diffuse on an underlying lattice and upon encounter undergo a reaction $A + A \rightarrow A$. Describing this process at the mean-field level, which is adequate for reaction-limited case, one finds $\rho(t) \sim t^{-1}$ at long times. However, in spatial dimensions $d \leq 2$, where diffusion-limited character of reactions occurs, the kinetics of the process is anomalous, since the decay behaviour is different from the mean-field behaviour and rather becomes $\rho(t) \sim t^{-d/2}$ for $d < 2$ and $\rho(t) \sim t^{-1} \ln t$ for $d = 2$.

We are interested in the cross-over between the diffusion-limited and reaction-limited extreme cases of simple kinetic models, especially as this cross-over has already been observed experimentally [2]. The change between diffusion-limited and reaction-limited cooperative behaviour in reaction-diffusion system is studied through the cross-over of the coagulation-diffusion process between a chain and the Bethe lattice. This model is exactly solvable through the empty-interval method, which can be extended from the chain to the Bethe lattice in the ben-Avraham-Glasser approximation [3]. On the Bethe lattice, the model's behaviour turns out to be equivalent to the behaviour that is expected at the upper critical dimension.

[1] D. C. Mattis, M. L. Glasser, Rev. Mod. Phys. **70**, 979 (1998); D. ben Avraham, S. Havlin, *Diffusion and Reactions in Fractals and Disordered Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).

[2] J. Allam *et al.*, Phys. Rev. Lett. **111**, 197401 (2013).

[3] D. ben Avraham, M. L. Glasser, J. Phys. Condens. Matter **19**, 065107 (2006).

СТІЙКИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНОСТІ МАГНІТНОГО ПОЛЯ В ФОТОСФЕРІ СОНЦЯ

А. Присяжний, М. Стоділка

Астрономічна обсерваторія, Львівський національний університет імені Івана Франка

Запропоновано модифікацію класичного методу визначення напруженості магнітного поля за відстанню $\Delta\lambda_{rb}$ між положеннями піків синього b і червоного r крил V -профілів Стокса магніточутливої спектральної лінії. Для зменшення впливу шумів та більш коректного визначення величини $\Delta\lambda_{rb}$ спостережувані профілі було апроксимовано кривою, яка описується модифікованою базовою функцією *Wave*-вейвлета. Коефіцієнти апроксимаційної функції було визначено шляхом багатовимірної оптимізації. Для тестування методу було використано синтезовані V -профілі Стокса

спектральної лінії нейтрального заліза $FeI15648A$. Профілі було розраховано шляхом розв'язання прямої задачі переносу випромінювання. Запропонований підхід є більш стійким до впливу шумів, ніж метод прямого вимірювання величини $\Delta\lambda_{rb}$, та дозволяє коректніше визначати напруженість магнітного поля для випадків сигналів з високим рівнем шуму.

ТОЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК 1D МОДЕЛІ ПОТТСА З НЕВИДИМИМИ СТАНАМИ: АНАЛІЗ НУЛІВ СТАТИСТИЧНОЇ СУМИ

П. Сарканич^{1,2,3}, Ю. Головач^{1,3}, Р. Кенна^{2,3}

¹ Інститут фізики конденсованих систем НАН України Львів, Україна

² Дослідницький центр прикладної математики, Університет Ковентрі, Великобританія

³ L^4 -співпраця і Докторський коледж статистичної фізики складних систем,
Ляйпціг-Лорен-Львів-Ковентрі

Модель Поттса з невидимими станами була запропонована кілька років тому для пояснення неузгодженостей між теорією і експериментальним спостереженням фазового переходу зі спонтанним порушенням Z_3 симетрії [1,2]. Вона відрізняється від звичайної моделі Поттса додатковими невидимими станами, у яких спіни не взаємодіють із оточенням. Ми розглянули поведінку даної моделі на одновимірному ланцюжку. За допомогою методу трансфер матриці ми знайшли точний розв'язок і проаналізували нулі статистичної суми. Додатня кількість невидимих станів не змінює фазового переходу при нулі температур. Натомість, ми запропонували два методи зсуву критичної температури в область $T > 0$. Один з них за допомогою комплексного магнітного поля, а інший при від'ємній кількості невидимих станів [3].

[1] R. Tamura, S. Tanaka, N. Kawashima, Progress Theor. Phys. **124**, 381 (2010).

[2] S. Tanaka, R. Tamura, J. Phys.: Conf. Ser. **320**, 012025 (2011).

[3] P. Sarkanych, Yu. Holovatch, R. Kenna, Phys. Lett. A **381**, 3589 (2017).

ФУНКЦІОНАЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ В ТЕОРІЇ БОЗЕ ПОЛЯРОНА

І. Вакарчук¹, Г. Паночко²

¹Кафедра теоретичної фізики, Львівський національний університет імені Івана Франка,

²Природничий коледж, Львівський національний університет імені Івана Франка

Розглянемо сукупність спин-поляризованих невзаємодіючих ферміонів в границі зникаюче малої густини, що знаходяться в середовищі взаємодіючих бозонів. Така модель дає змогу вивчати властивості однієї домішки, що занурена в рідкий гелій, методами теорії поля. Використовуючи підхід Попова [V. N. Popov, *Functional Integrals and Collective Excitations* (Cambridge University Press, 1987)], ми обчислюємо функціональні інтеграли у змінних фаза-густина. Щоб дослідити спектр домішки, ми одночастинкову функцію Гріна ферміонів обираємо у вигляді:

$$G(P) = \{i\nu_p + \bar{\mu} - \Sigma(P)\}^{-1}$$

тут $P = (\nu_p, \mathbf{p})$ — чотиривектор, ν_p — ферміонна мацубарівська частота, $\bar{\mu}$ — хімічний потенціал ферміонів. Вся інформація про взаємодію домішки з бозе-системою міститься у власноенергетичній частині $\Sigma(P)$. Ми для неї отримали точне діаграмне представлення. І в другому порядку теорії збурень самоузгоджено розраховували енергію занурення та ефективну масу Бозе полярона.

ДВАДЦЯТЬ РОКІВ ЖУРНАЛУ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ. СПРОБА ЖУРНАЛОМЕТРИЧНОГО АНАЛІЗУ

Ю. Головач¹, М. Красницька¹, О. Мриглюд¹, А. Ровечак²

¹ Інститут фізики конденсованих систем НАН України Львів, Україна

²Кафедра теоретичної фізики, Львівський національний університет імені Івана Франка

Останні роки характеризуються вибухоподібним збільшенням кількості публікацій присвячених темі порожнин (космічних voidів). Кількісний аналіз наукової періодики є невід’ємною частиною наукометрії, оскільки саме у масиві публікацій відображено поточні наукові здобутки. Результати вивчення даних про опубліковані роботи можуть бути використані як для глобальних задач на зразок окреслення стану динамічної системи наукового знання, так і для локальних — як от моніторингу стану конкретного видання, ретроспективного аналізу його діяльності чи підтримки редакційних рішень. При цьому можна використовувати внутрішні редакційні дані (бібліографічні довідки про надіслані до друку рукописи, терміни їх опрацювання, тощо) та інформацію ззовні (про одержані цитування інших робіт, активність користувачів веб-ресурсів, реакцію спільноти, і т.д.). На прикладі “Журналу фізичних досліджень” (ЖФД) продемонстровано деякі результати такого кількісного аналізу. Дані про 962 статті, опубліковані у цьому виданні впродовж 20 років його існування, використані для побудови та дослідження ряду складних мереж. Картину наукової співпраці відображено у вигляді мережі співавторства: проаналізовано структуру авторських колективів, її динаміку в часі, виявлено найбільш впливових авторів журналу. Детально вивчено географію вчених, що надсилали статті до друку у ЖФД, як на рівні окремих міст (лише для авторів з України), так і на рівні країн (аналіз міжнародної співпраці). Тематичний профіль видання представлено через мережу індексів PACS, що використовуються для характеристики напрямку кожної роботи. Коротко обговорюються розподіли цитувань, дані про які одержано із наукометричних сервісів Scopus та Web of Science.

[1] Ю. Головач, М. Красницька, О. Мриглюд, А. Ровечак, Журн. фіз. досл. **21**, 4001 (2017).

THE DARK ENERGY HYDRODYNAMICS

Yu. Kulinich, B. Novosyadlyj, M. Tszih

Astronomical Observatory, Ivan Franko National University of Lviv

We consider dark energy as a continuous medium that described by barotropic equation of state $p \equiv p(\rho)$. The main features of that component in the dynamical and locally non-homogeneous Universe can be described by next parameters: i. Energy perturbations – energy density perturbation $\delta \equiv (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$ and pressure perturbation $\pi \equiv (p - \bar{p})/\bar{p}$; ii. State parameters – state of matter $\omega \equiv \bar{p}/\bar{\rho}$ and dynamic state of matter $c_a^2 \equiv \dot{p}/\dot{\rho}$; iii. Perturbative parameters – effective speed of sound $c_s^2 \equiv \Delta p/\Delta \rho$ and its background dependence parameter $\eta \equiv \bar{\rho}(\partial c_s^2(\rho)/\partial \rho)$. All of these parameters appears in Euler equations and therefore their quantities must be specified within dark energy model.

For simplicity we consider dark energy perturbation on the background of spherically perturbed spacetime metric

$$ds^2 = e^{\nu(\tau,R)} d\tau^2 - e^{\mu(\tau,R)} a^2(\tau) [dR^2 - R^2 d\Omega^2]. \quad (0)$$

The equation of momentum conservation and the equation of energy density conservation in the background reference frame and in the nonrelativistic approximation are follows:

$$p' + \frac{1}{2}\nu'(\rho + p) + \frac{1}{a^3}\frac{\partial}{\partial\tau}[a^4(\rho + p)v] + \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}[R^2(\rho + p)v^2] = 0, \quad (0)$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}(\bar{\rho}\delta) + 3\frac{\dot{a}}{a}(\bar{\rho}\delta + \bar{p}\pi) + (\rho + p)\frac{1}{2}\dot{\mu} + \frac{1}{a}\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}[(\rho + p)R^2v] = 0, \quad (0)$$

where we have taken into account that energy density and pressure density are perturbed as follows: $\rho = \bar{\rho}(1 + \delta)$ and $p = \bar{p}(1 + \pi) = \bar{\omega}\bar{\rho}(1 + c_s^2\delta/\bar{\omega})$ respectively.

For more clear physical meaning we rewrote equation (0) by taking into account (0) in the approximation of first-order perturbations for static Universe (i.e. $a = 1$, $\dot{a} = 0$, $r = R$):

$$\dot{v} + vv' + \frac{1}{\rho + p}p' = \frac{1}{\rho + p}(\mathcal{F}_{grv} + \mathcal{F}_{jet}), \quad (0)$$

where $\mathcal{F}_{grv} = -(\rho + p)\nu'/2$ – is gravity force, and $\mathcal{F}_{jet} = -(\rho + p)(\Delta\dot{m}/\Delta m)v = c_s^2(\rho + p)vr^{-2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2v)$ – is jet force, the presence of which tells us that the inertial mass $\Delta m = (\rho + p)\Delta V$, where ΔV is the comoving volume, is not conserved.

We considered stationary ($\dot{v} = 0$) and static ($v = 0$) solutions of Eq. (0) in the static gravity fields of Schwarzschild black hole and spherical dark matter halo.

ЛЮМІНЕСЦЕНТНІ ВЛАСТИВОСТІ НАНОЧАСТИНОК $YVO_4: Bi^{3+}$, ОТРИМАНІ ШЛЯХОМ ГІДРОТЕРМАЛЬНОГО СИНТЕЗУ

Т. Малий, В. Цюмра

Кафедра експериментальної фізики, Львівський національний університет імені Івана Франка

На сьогодні для розпізнавання і сепарації біологічних об'єктів в основному використовуються біомітки на основі люмінесцентних наноконкомпозитів, які базуються на похідних флуоресцеїну, або його аналогів. Органічні люмінесцентні маркери характеризуються високою інтенсивністю свічення, проте володіють значним фотовигоранням. Тому ведеться розробка маркерів на основі неорганічних сполук, які характеризуються значною фотостабільністю та сцинтиляційними параметрами. В даний час активно розробляються новітні підходи контрольованої нуклеації люмінесцентних неорганічних солей, оксидів наночастинок і колоїдів, легованих іонами лантанідів, на основі боратів і ванадатів Y, La, Lu і Gd, легованих іонами лантанідів, люмінесценція яких ефективно збуджується в діапазоні 250–370 нм. Такі особливості дозволяють проводити дослідження біологічних об'єктів методами люмінесцентної спектроскопії із використанням скляної оптики.

Так як, випромінюючі матеріали на основі рідкісно-земельних ортованадатів широко використовуються для різних науково-технічних цілей, то підвищення їхніх сцинтиляційних характеристик для використання в біомаркуванні вимагає вивчення різних методик синтезу, а також впливу концентрацій домішок на властивості люмінесценції. Зразки $YVO_4:Bi^{3+}$ з різними концентраціями домішок були отримані за допомогою гідротермального методу, з використанням різних полімерів як темплатів для синтезу. Мікроструктура і морфологія одержаних наночастинок досліджувалась за допомогою електронної мікроскопії, рентгенівської дифракції та DLS. Середній розмір зерен для одержаних наночастинок становить 10–20 нм.

Досліджено люмінесцентні властивості наночастинок в залежності від концентрації іонів Bi^{3+} , а також вплив полімеру на люмінесцентні властивості наночастинок. Введення іонів вісмуту призводить до зсуву краю збудження в довгохвильову область, а модифікація поверхні до зростання інтенсивності люмінесценції. Пояснення особливостей проводиться в рамках екситонної моделі для центрів, що виникають в $\text{LiYF}_4\text{O}_{12}:\text{Bi}^{3+}$ [1]. Припускається, що край фундаментального поглинання формується поглинанням екситона локалізованого поблизу іонів вісмуту, а збуджені стани вісмуту розташовані в зоні провідності. Таке положення енергетичних рівнів підтверджується розрахунками зонної енергетичної структури кристалів YVO_4 , $\text{YVO}_4:\text{Bi}^{3+}$ та BiVO_4 та попередніми модельними висновками щодо структури Bi^{3+} - центрів [2, 3].

[1] V. Babin *et al.*, *J. Lumin.* **176**, 324 (2016) .

[2] P. Boutinaud, *Inorg. Chem.* **52** (10), 6028 (2013).

[3] R. H. P. Awater, P. Dorenbos, *J. Lumin.* **184**, 221 (2017).

ФОТОСФЕРНІ ДЖЕТИ В СПОКІЙНІЙ АТМОСФЕРІ СОНЦЯ

М. Стоділка

Астрономічна обсерваторія, Львівський національний університет імені Івана Франка

Спостереження з високим просторовим розділенням (IMaX/SUNRISE та HINODE) показали наявність джетів в деяких гранулах та міжгранулах в спокійній атмосфері Сонця. Досі не з'ясована причина таких явищ — невідомо, чи це є рух речовини всередині магнітних петель, чи результат перемикання магнітних полів, чи конвективний колапс.

Для дослідження таких дрібномасштабних активних центрів в спокійній атмосфері Сонця ми використали дані 2D спостережень Сонця з високим просторовим розділенням, отримані на голландському DOT телескопі в лініях FeI: $\lambda 5576\text{Å}$ (лінія немагноточутлива) та в магноточутливих лініях $\lambda 6301.5\text{Å}$ та $\lambda 6302.5\text{Å}$. Глибини утворення цих ліній охоплюють фотосферні шари атмосфери Сонця. Шляхом розв'язку оберненої задачі переносу випромінювання з використанням даних спостережень в немагноточутливій лінії ми відтворили фізичні умови (температура, тиск, густина, променева швидкість) в неоднорідній атмосфері Сонця; поле горизонтальних швидкостей було відтворено шляхом подальшого використання рівнянь гідродинаміки, магнітне поле – за даними в лініях $\lambda 6301.5\text{Å}$ та $\lambda 6302.5\text{Å}$.

Результати відтворення фізичних умов в спокійній фотосфері Сонця виявляють в міжгранульних областях компактні дрібномасштабні утворення підвищеної температури, речовина в яких опускається вниз, або ж піднімається вгору, причому швидкості руху речовини значно перевищують типові швидкості для міжгранул; з висотою швидкість спадає. Центри енерговиділення фотосферних джетів локалізовані в шарах середньої фотосфери. Для цих центрів характерні: зміна знаку променевої швидкості, збільшення густини речовини, різке зростання надлишкового тиску та температури. Всередині джетів локалізоване сильне магнітне поле (переважно вертикальне), в околі джетів — слабе магнітне поле такої ж полярності. В околі фотосферних джетів магнітних вкраплень протилежної полярності не виявлено. З часом внаслідок перемикання силових ліній однакової полярності структура магнітного поля змінюється, що спричиняє виділення енергії і утворення інтенсивних вертикальних потоків речовини. Зроблено аналіз горизонтальних швидкостей поблизу таких активних центрів - показано, що джети виникають в місцях стикання інтенсивних горизонтальних потоків замагніченої плазми. Проведено дослідження впливу магнітного поля на фізичні умови в джетах. Побудовано моделі спостережуваних дрібномасштабних активних центрів спокійної фотосфери Сонця.

ЕКЗОТИЧНІ АТОМИ У КВАНТОВАНОМУ ПРОСТОРИ З НЕКОМУТАТИВНІСТЮ КООРДИНАТ ТА НЕКОМУТАТИВНІСТЮ ІМПУЛЬСІВ

Х. Гнатенко

Кафедра теоретичної фізики,
Львівський національний університет імені Івана Франка

Досліджується квантований простір з некомутативністю координат та некомутативністю імпульсів

$$[X_i, X_j] = i\hbar\theta_{ij},$$

$$[X_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij},$$

$$[P_i, P_j] = i\hbar\eta_{ij},$$

де θ_{ij} , η_{ij} — тензори некомутативності. Ми розглядаємо ідею побудови тензорів некомутативності за допомогою додаткових координат та додаткових імпульсів, які описуються сферично-симетричною системою [1].

Вивчається проблема опису руху центра мас системи частинок у сферично-симетричному некомутативному фазовому просторі. Ми знаходимо та досліджуємо вирази для ефективних тензорів координатної та імпульсної некомутативності, які відповідають за рух системи частинок у квантованому просторі зі збереженою сферичною симетрією.

Розглядається вплив квантованості простору на спектр екзотичних атомів, серед них мюонний водень, антипротонний гелій. Показується, що некомутативність координат та некомутативність імпульсів має більший ефект на енергетичні рівні екзотичних атомів у порівнянні із впливом на спектр атома водню. Зважаючи на це, ми прийшли до висновку, покращення точності вимірювання спектру екзотичних атомів дозволяє отримати сильне обмеження на величину кванта простору [2].

[1] Kh. P. Gnatenko, V. M. Tkachuk, *Int. J. Mod. Phys. A* **32**, 1750161 (2017).

[2] Kh. P. Gnatenko, V. M. Tkachuk, arXiv:1711.04527.

NETWORK METRICS OF COSMIC WEB OF GADGET2 COSMOLOGICAL N -BODY SIMULATION

M. Tsizh

Astronomical Observatory, Ivan Franko National University of Lviv

In my work I explore the results of GADGET2 cosmological N -body simulation with methods of complex network theory. The simulation contained 512^3 identical particles which represented dark matter in an volume of $200^3 h^3 \text{ Mpc}^3$, the cosmological parameters of this simulated universe are following: the normalized Hubble parameter $h = 0.68$, the density parameters $\Omega_m = 0.31$ and $\Omega_\Lambda = 0.69$, the power spectrum index $n_s = 0.96$, and $\sigma_8 = 0.82$. This data was generated and used by authors of [?] to compare 12 different methods of large-scale structures defining algorithms, that are applied to halo distribution data. These algorithms categorize each of halos (which are the nodes in our network)

to one of four type of structures: voids, filaments, sheets or knots (superclusters). I used the results of CLASSIC and Multi-Stream Web Analysis (MSWA) classification algorithms.

When building the network two halo are said to be connected when the distance between them is smaller than specified linking length (1...2 Mpc in my case). It was taken only part of all volume where number of nodes is up to 10 000.

After computing the network metrics for each node (degree centrality, betweenness centrality, closeness centrality and clustering coefficient) I've found Pearson correlation parameters of each of kind of network metric with type of structure the node belongs. The results have shown that the some network metrics (degree of node for example) are correlated with the type of structure to which the halo belongs. I also study how values of these network metrics are distributed for populations of halo of different type of structures. The obtained network metrics distributions of halo populations of different type of structures are considerably dissimilar.

[1] N. I. Libeskind *et al.*, Mon. Not. Roy. Soc. **473**, 1195 (2018).

ОПЕРАТОРИ ШРЕДИНГЕРА ІЗ СИНГУЛЯРНИМИ ПОТЕНЦІАЛАМИ ТА ТОЧКОВІ ВЗАЄМОДІЇ

Ю. Д. Головатий

Кафедра диференціальних рівнянь,
Львівський національний університет імені Івана Франка

Оператори Шредингера з потенціалами, які є узагальненими функціями з точковими носіями, активно вивчають з середини минулого століття. Такі оператори часто називають операторами з точковими взаємодіями. Моделі, що опираються на концепцію точкових взаємодій, виявилися досить ефективними, бо адекватно описують квантовомеханічні процеси і одночасно дозволяють суттєво спростити обчислення. Проте не кожне диференціальне рівняння з узагальненими функціями у коефіцієнтах має математичний сенс. Першопричиною цього є проблема множення узагальнених функцій. Наприклад, рівняння $-y'' + (\alpha\delta'(x) + \beta\delta(x))y = k^2y$, в якому стала α відмінна від нуля, не має жодного розв'язку на дійсній осі (в сенсі узагальнених функцій), окрім нульового. Тут δ – функція Дірака.

У доповіді йтиметься про дві сім'ї операторів Шредингера із локальними сингулярними збуреннями, кожна з яких пов'язана з регуляризацією згаданого вище рівняння. Ми досліджували рівномірну резольвентну збіжність, коли додатні параметри ε та ν прямують до нуля, двопараметричної сім'ї операторів Шредингера

$$S_{\varepsilon,\nu} = -\frac{d^2}{dx^2} + \varepsilon^{-2}\Phi(\varepsilon^{-1}x) + \nu^{-1}\Psi(\nu^{-1}x), \quad \text{dom } S_{\varepsilon,\nu} = W_2^2(\mathbb{R}),$$

де Φ і Ψ – дійсні інтегровні функції з компактними носіями. Також вивчали питання збіжності сім'ї операторів Шредингера зі збуреннями рангу 2:

$$T_\varepsilon = -\frac{d^2}{dx^2} + \varepsilon^{-3}Q_\varepsilon + \varepsilon^{-1}q(\varepsilon^{-1}x), \quad \text{dom } T_\varepsilon = W_2^2(\mathbb{R}),$$

де оператор Q_ε діє в просторі $L_2(\mathbb{R})$ і має вигляд

$$(Q_\varepsilon v)(x) = f(\varepsilon^{-1}x) \int_{\mathbb{R}} g(\varepsilon^{-1}t)v(t) dt + g(\varepsilon^{-1}x) \int_{\mathbb{R}} f(\varepsilon^{-1}t)v(t) dt.$$

Функції f та g належать $L_2(\mathbb{R})$, мають компактні носії та є лінійно незалежними.

Аналіз операторів $S_{\varepsilon,\nu}$ та T_ε дає декілька якісно різних випадків граничної поведінки в залежності від властивостей функцій Ψ , Φ , f , g та q , які формують збурення.

- [1] Yu. Golovaty, R. Hryniv, J. Phys. A: Math. Theor. **43**, 155204 (2010).
- [2] Yu. Golovaty, Methods Funct. Anal. Topology **18**, No 3, 243 (2012).
- [3] Yu. Golovaty, IEOT **75**, Iss. 3, 341 (2013).
- [4] Yu. Golovaty, R. Hryniv, Proc. R. Soc. Edinb. A. **143**, 791 (2013).

SENSIBILISATION OF THE Gd³⁺ LUMINESCENCE IN BORATE GLASSES BY SILVER IMPURITY

B.V. Padlyak^{1,2}, T.B. Padlyak², A. Drzewiecki¹, V.T. Adamiv²

¹University of Zielona Góra, Institute of Physics, Division of Spectroscopy of Functional Materials, Zielona Góra, Poland ²Vlokh Institute of Physical Optics, Department of Optical Materials, Lviv

The Li₂B₄O₇:Gd CaB₄O₇:Gd, LiCaBO₃:Gd, and Li₂B₄O₇:Gd,Ag glasses of high optical quality, obtained by standard glass technology, have been investigated by electron paramagnetic resonance (EPR) and optical spectroscopy at room temperature (RT). The Gd impurity was added in the raw materials as Gd₂O₃ in amounts 0.5 and 1.0 mol. %. The Ag impurity was introduced into the Li₂B₄O₇ glass composition as AgNO₃ and as highly dispersed metallic Ag in amount 2.0 mol. %. In all Gd-doped glasses was observed EPR U-spectrum of the Gd³⁺ (⁸S_{7/2}, 4f⁷) ions that is typical for glasses and practically independent of the basic glass composition. In the Li₂B₄O₇:Ag glass at RT was observed broad complex signal that is a superposition of paramagnetic Ag²⁺ (4d⁹) and Ag⁰ (4d¹⁰ 5s¹) centres. In Gd-doped glasses under excitation at 273 nm is observed weak UV emission line at 311 nm that was attributed to the ⁶P_{7/2} → ⁸S_{7/2} intraconfiguration 4f – 4f transition of the Gd³⁺ ions. In luminescence excitation spectrum of the CaB₄O₇:Gd glass are observed characteristic groups of lines, which correspond to the ⁸S_{7/2} → ⁶I_J, ⁶D_J transitions of the Gd³⁺ ions. Significant (~ 100 times) increasing of peak intensity of the Gd³⁺ emission line at 311 nm in the Li₂B₄O₇:Gd,Ag glass has been explained by energy transfer from Ag⁺ (4d¹⁰) to Gd³⁺ (4f⁷) upon excitation at 273 nm that is resonant for 4d¹⁰ → 4d⁹ 5s¹ (¹S₀ → ¹D₂) and ⁸S_{7/2} → ⁶I_J transitions of the Ag⁺ and Gd³⁺ ions, respectively. Luminescence kinetics of the Gd³⁺ emission line at 311 nm in the CaB₄O₇:Gd (Gd₂O₃ – 1.0 mol. %) and Li₂B₄O₇:Gd,Ag (Gd₂O₃ – 1.0 mol. %, AgNO₃ – 2.0 mol. %) glasses are satisfactory described by single exponential decay with lifetimes ~ 3.2 ms and ~ 4.1 ms, respectively. Obtained results show that the co-activated by Gd³⁺ and Ag⁺ borate glasses can be promising materials for effective UVB light sources (working wavelength 311 nm, ⁶P_{7/2} → ⁸S_{7/2} channel) for biomedical applications (phototherapy lamps).

EXACT SOLUTION OF GENERALIZED DIRAC OSCILLATOR

H. P. Laba¹, V. M. Tkachuk²

¹Lviv Polytechnic National University,

²Department for Theoretical Physics, Ivan Franko National University of Lviv,

We study charged generalized Dirac oscillator in scalar potential. Conditions for exact solution of the eigenvalue problem are found. The eigenvalue equation for generalized Dirac oscillator is reduced to supersymmetric quantum mechanics (SUSY QM). Using SUSY QM eigenvalue problem can be solved exactly. Examples of eigenvalue problems are presented.