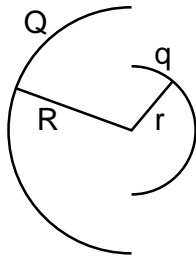


# Обласна олімпіада з фізики

11 клас

Львів – 2005 рік

1. Посередині довгого коридору висить лампочка. Скласти схему електричного кола, яка дозволяє вмикати та вимикати світло з обох кінців коридору (рубильники повинні бути на обох кінцях коридору).
2. Рятувальний круг масою  $m = 4$  кг виготовлено з корка густиною  $\rho = 200$  кг/м<sup>3</sup>. Який максимальний вантаж він може утримати на поверхні води?
3. Динамометр складається з корпусу маси  $M$  та однорідної пружини маси  $m$ , яка дотикається до корпусу тільки в точці кріплення. Корпус тягнуть з силою  $F$  в один бік, а до пружини прикладають силу  $f$  в інший бік. Сили діють вздовж динамометра, система знаходиться на горизонтальному столі, тертя відсутнє. Які покази динамометра?

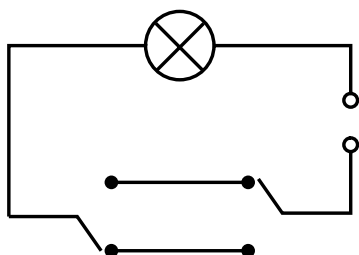


4. Обчислити силу взаємодії між двома однорідно зарядженими півсферами (див. малюнок). Центри та площини максимального перерізу півсфер збігаються.

5. В склянці є 200 г води. Її пробують скип'ятити кип'ятильником потужністю 50 Вт. Вода нагрівається тільки до температури 60°C. Якщо кип'ятильник вимкнути і накрити склянку аркушем паперу то вода охолоне від 60°C до 59°C за 20 с. Якщо склянку не накривати папером, а поставити на теплоізолюючу підставку, то вода охолоне на 1°C за 30 с. За який час нагріється вода від 59°C до 60°C, якщо склянку поставити і на підставку, і накрити папером? Теплоємність води  $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ .

## Короткі розв'язки

### Задача 1.



Запропонована схема розв'язує поставлену задачу.

На малюнку зображений момент, коли коло розірване: світла немає. При перемиканні будь-якого перемикача коло замкнеться — світло є! При повторному перемиканні коло знову розривається.

### Задача 2.

Об'єм круга  $V = m/\rho$ . Якщо покласти на круг вантаж максимально допустимої маси  $M$  то круг повністю зануриться у воду. В цьому випадку сила Архімеда зрівноважується вагою круга та вантажу і рівна

$$F_A = Vg\rho_0 = mg\frac{\rho_0}{\rho} = Mg + mg \Rightarrow M = m\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right) = 16\text{кг.}$$

Тут  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$  — густина води.

### Задача 3.

Нехай пружина має жорсткість  $k$ ; динамометр показує силу  $\tilde{f}$ , якщо пружина розтягнеться на  $\tilde{f}/k$ . Щоб змоделювати масу пружини, розіб'ємо її на сукупність  $N$  послідовно з'єднаних однакових невагомих пружинок (жорсткість кожної є  $Nk$ ), на кінцях яких закріплені вантажі маси  $m/N$ . Тоді

$$\begin{aligned} a\frac{m}{N} &= Nk\delta_1 - f, \\ &\vdots \\ a\frac{m}{N} &= Nk\delta_i - Nk\delta_{i-1}, \\ &\vdots \\ a\frac{m}{N} &= Nk\delta_N - Nk\delta_{N-1}, \\ aM &= F - Nk\delta_N, \end{aligned}$$

де  $a$  — прискорення динамометра,  $\delta_i$  — розтяг  $i$ -ї пружинки. Розв'язуючи систему отримаємо:  $a = \frac{F-f}{M+m}$ ,  $\delta_i = \frac{f}{Nk} + i\frac{am}{N^2k}$ . Розтяг всієї пружини

$$\Delta x = \sum_{i=1}^N \delta_i = \frac{f}{k} + \frac{am}{N^2k} \frac{N(N+1)}{2}.$$

В границі  $N \rightarrow \infty$  пружина стає однорідною, а  $\Delta x = \frac{f}{k} + \frac{am}{2k}$ . Отже, покази динамометра

$$\tilde{f} = k\Delta x = f + \frac{F - f}{2(M + m)}m.$$

*Задача 4.*

Вважаємо, що  $R > r$ . Добудуємо ще одну півсферу радіуса  $R$  так, щоб утворилася ціла рівномірно заряджена сфера. Всередині такої сфери відсутнє поле і на меншу півсферу не діють ніякі сили. Нехай сила дії першої півсфери радіуса  $R$  на меншу  $F$ , тоді друга півсфера діє з силою  $F$  в інший бік. Заберемо зайву половинку і добудуємо вже малу сферу, тоді сила взаємодії малої сфери з великою півсферою буде  $2F$  (заряд  $2q$ ).

Мала сфера має електричне поле як в точкового заряду (зовні сфери). Отже, мала півсфера з зарядом  $q$  еквівалентна до точкового заряду  $q$ .

На кожен елемент площі  $\delta S$  великої півсфери діє сила  $\delta F = \frac{Q\delta S}{2\pi R^2} \frac{q}{R^2}$ . Такий однорідний характер сили нагадує тиск газу в посудині. Посудина не рухається — сили тиску на різні частини поверхні скомпенсовуються: сила тиску на півсферу рівна силі тиску на її переріз. Значить

$$F = \frac{\delta F}{\delta S} \pi R^2 = \frac{qQ}{2R^2}.$$

Цей же результат можна отримати і прямим інтегруванням ( $\theta$  — кут між напрямками сил  $dF$  та  $F$ ).

$$F = \int \cos \theta dF = \frac{qQ}{2\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \sin \theta = \frac{qQ}{2R^2}.$$

*Задача 5.*

Зрозуміло, що при температурі води  $60^\circ\text{C}$  втрати тепла до навколишнього середовища досягають  $50$  Вт. Припустимо, що ці втрати сталі на інтервалі температур  $59^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C}$ . Остигаючи на  $1^\circ\text{C}$  за  $20$ с, склянка води віддає  $4200 \cdot 0.2 \cdot 1 = 840$  Дж тепла. Це відповідає  $840/20 = 42$  Вт втрат за  $1$ с. Отже, папір зменшує втрати на  $50 - 42 = 8$  Вт. Подібно, підставка зменшує втрати на  $50 - 840/30 = 22$  Вт. Папір і підставка разом знижують втрати на  $8 + 22 = 30$  Вт. Саме ця потужність залишиться на нагрівання води. Отже, вода нагріється за  $840/30 = 28$  с.